

# НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

## НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ТИПА А

К неопределённости типа А относят любые неопределённости, которые, по своей природе, могут быть посчитаны только статистически. Результатом подсчёта является закон распределения  $p(q)$ , для которого выполняются условия:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(q) dq = 1$$

$$\mu_q = \int_{-\infty}^{+\infty} qp(q) dq$$

$$\sigma_q^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (q - \mu_q)^2 p(q) dq$$

### СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Статистическая оценка среднего значения  $\mu_q$  при  $n$  замеров в одинаковых условиях:

$$q = 1/n \sum_{k=1}^n q_k \quad (1)$$

Экспериментальная дисперсия - статистическая оценка дисперсии  $\sigma^2$ :

$$s^2(q_k) = 1/(n-1) \sum_{j=1}^n (q_j - q)^2 \quad (2)$$

Статистическая оценка дисперсии среднего значения  $\sigma(q)^2 = \sigma^2/n$ :

$$s^2(q) = s^2(q_k)/n \quad (3)$$

### ЗНАЧЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Неопределённость  $u(x_i)$  статистической оценки среднего значения  $n$  замеров величины  $X_i$  равна  $s(X_i)$  (формула 3).

*Степень свободы  $\nu_i$  для значения  $u(x_i)$ , равная  $n-1$  ( $n$  - количество измерений величины  $x_i$ ) обязательно указывается в документации к определению неопределённости типа А.*

### СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Статистическая оценка искомой величины  $Y$ , обозначаемая  $y$ , рассчитывается основываясь на статистических оценках величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Иногда предпочтительнее рассчитать статистическую оценку  $Y$  по формуле:

$$y = Y = 1/n \sum_{k=1}^n Y_k = 1/n \sum_{k=1}^n f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{n,k})$$

## ПРИМЕР РАСЧЕТ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПО ТИПУ А

Сложность расчёта неопределённости типа А заключается в правильном выборе метода статистического анализа, так, например, статистическая оценка дисперсии может быть получена по формуле математического ожидания, либо вычислена посредством аппроксимации закона распределения к нормальному распределению с последующим выбором доверительного интервала.

Рассмотрим пример замера диаметра цилиндра, номинальным диаметром 15.4см с помощью микрометра.

Номер замера	Результат замера
1	15.324
2	15.438
3	15.357
4	15.553
5	15.100
6	15.399
7	15.634
8	15.111
9	15.680
10	15.378
11	15.659
12	15.598
13	15.309
14	15.127
15	15.199
16	15.409
17	15.690
18	15.147
19	15.236
20	15.180
21	15.563

Номер замера	Результат замера
22	15.543
23	15.637
24	15.230
25	15.140
26	15.346
27	15.219
28	15.312
29	15.499
30	15.293
31	15.493
32	15.122
33	15.632
34	15.149
35	15.575
36	15.632

**Таблица 1.** Результат замера диаметра цилиндра с помощью микрометра

Статистическая оценка среднего значения 36 независимых измерений легче всего определяется как среднее арифметическое, по формуле:

$$q = 1/n (\sum_{k=1}^n q_k)$$

$$q = (15.324 + 15.438 + \dots + 15.632) / 36 = \mathbf{15.386}$$

Статистическая оценка дисперсии генеральной совокупности:

$$s^2(q_k) = 1/(n-1) \sum_{j=1}^n (q_j - q)^2$$

$$s^2(q_k) = [(15.324 - 15.386)^2 + (15.438 - 15.386)^2 + \dots + (15.632 - 15.386)^2] / 35 = \mathbf{0.038}$$

Мы получили статистическую оценку дисперсии и значение  $\sigma = \sqrt{s^2}$  - экспериментальное значение стандартного отклонения.

Наилучшей статистической оценкой *стандартного отклонения среднего значения* является  $\sigma^2(q) = \sigma^2/n$ , которую мы получим по формуле стандартной ошибки:

$$s^2(q) = s^2(q_k)/n$$

$$s^2(q) = 0.038 / 36 = \mathbf{0.001056}$$

Данное значение,  $s^2(q)$ , описывает интервал, в котором ожидается значение  $\mu_q$ .

Таким образом, для величины диаметра, полученного в результате 36 независимых измерений, неопределённость типа А среднего значения является  $u(q) = s(q)$ :

$$u_A(q) = 0.032496$$

### **| ВАЖНО!**

Данный пример является простым и не может применяться как общий случай для поиска неопределённости типа А в случаях со сложными моделями измерений. Во многих случаях, результатом измерения является сложная модель калибровки, например, основанная на методе наименьших квадратов. В таких случаях необходимо производить статистический анализ измерений. Для величин, зависящих от нескольких переменных, используется дисперсионный анализ.

## **НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ТИПА А В ЭКСЕЛЬ**

Скачать: [Неопределённость\\_A.xls](#)

Реализация в эксель очень проста, здесь потребуется только формулы СУММ и КОРЕНЬ. Параметры рассчитываются как в примере выше:

- Статистическая оценка среднего значения - отношение суммы результатов к их количеству
- Статистическая оценка дисперсии генеральной совокупности - по формуле  $q = 1/n (\sum_{k=1}^n q_k)$
- Стандартное отклонение среднего значения,  $s_q$  - отношение дисперсии к количеству результатов минус один
- Стандартная неопределённость типа А - корень из стандартного отклонения среднего значения

## НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ТИПА Б

Величины  $X_i$ , для которых статистическая оценка была получена не посредством измерений, а на основе некоторой научной информации, называется неопределённостью типа Б. Примером такой информации может послужить: данные предыдущих измерений, опыт, спецификация производителя, данные калибровки, информация из справочников и другие источники априорных значений.

Правильное определение неопределённости типа Б основывается только на опыте и общем понимании процесса измерения. Неопределённость типа Б может быть также информативна как и неопределённость типа А исключительно в ситуациях, когда неопределённость типа А основывается на относительно малом количестве независимых измерений.

## ПРИМЕРЫ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ТИПА Б

Неопределённость типа Б - это общее понятие, поэтому количество примеров может быть неограниченным, но общая идея - это интервал, например, "Доверительный интервал с уровнем доверия 82%", или "Неопределённость в пределах трёх стандартных отклонениях".

### ПРИМЕР 1. НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ В СТАНДАРТНЫХ ОТКЛОНЕНИЯХ

В сертификате о калибровке указано, что действительное значение массы образца из нержавеющей стали, номинальным весом 1 кг, равно 1000,000325 г и "Неопределённость массы равна 240 мкг в пределах трёх стандартных отклонениях".

Таким образом, стандартная неопределённость:  $u = 240 \text{ мкг}/3 = 80 \text{ мкг}$ .  
Ожидаемая дисперсия:  $u^2 = (80 \text{ мкг})^2 = 6,4 \cdot 10^{-9} \text{ г}^2$ .

### ПРИМЕР 2. НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ В ДОВЕРИТЕЛЬНОМ ИНТЕРВАЛЕ

В сертификате о калибровке указано, что сопротивление образца  $R_s$ , с номинальным сопротивлением 10 Ом, равно 10,000742 Ом  $\pm$  129 мкОм и неопределённость 129 мкОм покрывает доверительный интервал с уровнем доверия 99%.

Стандартная неопределённость  $u(R_s) = (129 \text{ мкОм})/2,58 = 50 \text{ мкОм}$  (про число 2,58 и доверительный интервал описано в [статье](#)). Относительная неопределённость  $u(R_s)/R_s = 5,0 \cdot 10^{-6}$ . Ожидаемая дисперсия:  $u^2(R_s) = (50 \text{ мкОм})^2 = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}^2$ .

---

**УДК:** 001.4 **ГРНТИ:** 90.01.33

**Автор статьи:** Телятников Захар Александрович

**Дата написания статьи:** 08.04.2017

**Дата редакции статьи:** 01.01.1970

**Адрес статьи в интернете:** <http://k-tree.ru/articles/metrologiya/neopredelennost>

**Дата формирования документа:** 09.01.2018 13:40

---

Все материалы данного файла являются объектами авторского права (в том числе дизайн).  
Запрещается копирование, распространение (в том числе путем копирования на другие сайты и ресурсы в Интернете) или любое иное использование информации и объектов без предварительного согласия правообладателя.