European
co-operation for
Accreditation

Европейская организация по аккредитации

Публикация
Ссылка

EA - 4/02

Выражение неопределенности измерения при калибровках

ЦЕЛЬ

Этот документ служит для гармонизации методов по оцениванию неопределенности измерений в Европейской ассоциации по аккредитации (EA). Он должен устанавливать кроме общих положений EAL – R1 специальные требования, которые должны предъявляться к указанию неопределенности измерений в свидетельствах калибровок, выдаваемых аккредитованными лабораториями, и он также должен одновременно содействовать Органам по аккредитации в едином (унифицированном) указании наименьших выдаваемых неопределенностей измерений в аккредитованных ими калибровочных лабораториях. Правила, представленные в этом документе, прослеживаются к рекомендациям Руководства по выражению неопределенности измерения, опубликованного семью международными организациями по стандартизации и метрологии, так что последовательное применение EA–4/02 будет стимулировать глобальное признание европейских результатов измерений.

Авторство
Этот документ был разработан группой специалистов EAL для переработки и исправления издания WECC doc. 19-1990 при поддержке EAL Комитета 2 (калибровка и проведение испытаний). Он содержит в себе всестороннюю ревизию издания WECC doc. 19-1990, которое он замещает.

Официальный язык
Если потребуется, этот документ может быть переведен на другие языки. Версия документа на английском языке остается определяющей версией.

Авторское право

Дополнительная информация
Для дополнительной информации об этой публикации вы можете связаться с членом EA в вашей стране. Список членов EA вы можете найти на сайте: ***http://www.european-accreditation.org***

СОДЕРЖАНИЕ

1 Введение

1.1 Этот документ устанавливает основные положения и требования, на которых должно основываться оценивание неопределенности измерения при калибровках и которым должно удовлетворять указание об этой неопределенности измерения в свидетельствах калибровки. Положения этого документа представлены в общем виде, чтобы охватить все области калибровки. Если необходимо, представленные методы могут быть дополнены в различных областях с помощью детальных рекомендаций, чтобы информация могла легче применяться. При разработке такой дополнительной рекомендации должны быть соблюдены основные положения, собранные в этом документе, чтобы обеспечивалась гармонизация между различными областями.

1.2 Представленная в этом документе трактовка соответствует Руководству по выражению неопределенности измерения [1], которое было впервые опубликовано в 1993 году по поручению МБМВ, МЭК, ИСО, МФКХ, ИЮПАК, ИЮПАП и МОЗМ. В то время, как Руководство [1] устанавливает общие правила для определения и указания неопределенности измерения, так что они могут использоваться во всех областях физических измерений, этот документ направлен на методы, которые являются наиболее подходящими для измерений в калибровочных лабораториях, и описывает ясный и гармонизированный метод для оценивания неопределенности измерения при калибровках. Документ охватывает следующие основные темы:

- важные для документа определения;
- методы для оценивания неопределенности измерения входных величин анализируемой модели;
- связь между неопределенностью измерения выходной величины и неопределенностью измерения входных величин анализируемой модели;
- расширенная неопределенность результата измерения;
- указание неопределенности измерения;
- инструкция для пошагового определения неопределенности измерения.

В последующих приложениях опубликованы разработанные примеры для применения представленных здесь методов для некоторых специальных измерительных задач из различных областей. Оценивание неопределенности измерения рассматривается также многими ЕА-документами, которые содержат данные о методах калибровки; некоторые из этих документов содержат специально разработанные примеры.

1.3 В ЕА наименьшей выдаваемой неопределенностью измерения (отнесенной к некоторой частной величине, измеряемой величине) называется наименьшая неопределенность измерения, которую может достигать лаборатория в рамках своей аккредитации, если она проводит более или менее регулярные калибровки:

- почти идеальных эталонов, с помощью которых определяются, хранятся и воспроизводятся единица соответствующей величины или одно или более ее значений, или
- почти идеальных средств измерений, которые применяются для измерения соответствующей величины.

Оценка наименьшей выдаваемой неопределенности измерения аккредитованных калибровочных лабораторий должна исходить с одной стороны из методов оценки, установленных в этом документе, с другой стороны обычно подтверждаться экспериментально. В помощь Органам по аккредитации при характеристике наименьшей выдаваемой неопределенности измерения в Приложении А собраны пояснения.

2 Основные положения и определения

2.1 Указание результата измерения является полным только тогда, когда оно содержит как значение, приписанное измеряемой величине посредством измерения, так и неопределенность измерения, связанную с этим значением. В этом документе все величины, значения которых не могут быть точно известны, рассматриваются как *случайные величины*. Под этим понимаются также все влияющие величины, которые могут оказывать воздействие на измеряемое значение.

2.2 *Неопределенность измерения* это параметр, который связан с результатом измерения и который характеризует разброс значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине [2]. Поскольку никакого недоразумения не может возникнуть, "неопределенность измерения" называется также просто "неопределенностью". Типичные источники неопределенности при измерениях приводятся в списке в Приложении В.

2.3 *Измеряемыми величинами* являются такие особые величины, значения которых можно определить с помощью измерения. При калибровках обычно имеют дело только с одной измеряемой величиной, называемой также *"Выходной величиной Y "*, которая через отношение:

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_N) \tag{2.1}$$

связана с *входными величинами* X_i $(i=1,2,\ldots,N)$. Функция модели f описывает одновременно метод измерения и метод оценивания. Она показывает, как значение выходной величины Y получается из значений входных величин X_i. В большинстве случаев она состоит из одного аналитического выражения, но она также может быть составлена из группы таких выражений, которые включают поправки и поправочные коэффициенты для систематических эффектов, что, таким образом, приводит к сложной зависимости, которая может быть выражена не одной функцией. Кроме этого f также может оцениваться экспериментально или задаваться как алгоритм в компьютерной программе, с помощью которого проводится численное оценивание измерения или она может составляться как комбинация из всех этих форм.

2.4 В зависимости от способа, по которому были определены значения и связанные с ними неопределенности измерения, входные величины X_i делятся на следующие две категории:

а) Величины, оценки которых, включая, связанные с ними неопределенности измерения, могут определяться непосредственно в текущем измерении. Эти значения могут быть получены, например, из одного наблюдения или повторных наблюдений или основаны на соответствующем экспериментальном опыте. Они могут включать определение поправок в показание прибора, а также поправки на влияющие величины, такие как температура окружающей среды, давление или влажность;

б) Величины, оценки которых, включая, связанные с ними неопределенности измерения, не могут определяться непосредственно в текущем измерении, но вносятся внешними источниками, как, например, через откалиброванный эталон или сертифицированный эталонный материал (стандартный образец) воспроизводимой величины или из эталонных данных из справочной литературы.

2.5 Оценка измеряемой величины Y, обозначаемая y, получается из уравнения (2.1) путем замены входных величин X_i их оценками x_i:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{2.2}$$

При этом предполагается, что входные значения являются лучшими оценками входных величин, в том смысле, что они были откорректированы (были внесены поправки) на влияния и эффекты, значимые для данной модели. Если это не так, то необходимые поправки должны вводиться в модель в качестве отдельных входных величин.

2.6 Для случайных переменных, входящих в модель измерения в качестве меры рассеяния значений, описанной в 2.2, применяется *дисперсия* или положительный квадратный корень из нее – называемый *стандартным отклонением*. *Стандартная неопределенность* $u(y)$, связанная с оценкой y измеряемой величины, является стандартным отклонением измеряемой величины Y. Она получается из оценок x_i входных величин X_i и связанных с ними стандартных неопределенностей $u(x_i)$. Стандартная неопределенность, связанная с оценкой измеряемой величины имеет такую же размерность, как и измеряемое значение. В некоторых случаях рационально применять *относительную стандартную неопределенность*. Она является стандартной неопределенностью разделенной на модуль (абсолютное значение) оценки, и поэтому является безразмерной. Ее применение является невозможным, когда значение оценки равно нулю.

3 Оценивание неопределенности измерения, связанной с оценками входных величин.

3.1 Общие соображения

3.1.1 Неопределенность измерения, связанная с оценками входных величин, определяется по методу оценивания типа А или типа Б. *Метод А для оценивания стандартной неопределенности* - это метод, при котором неопределенность измерения оценивается с помощью статистического анализа ряда наблюдений. В этом случае стандартная неопределенность измерения является экспериментальным стандартным отклонением среднего значения, которое получается с помощью методов усреднения или подходящего регрессионного анализа. *Метод В для оценивания стандартной неопределенности измерения* – это метод, при котором неопределенность измерения оценивается другими способами, чем статистический анализ ряда наблюдений. В этом случае оценка основывается на других технических, научных и метрологических знаниях.

Примечание: В измерительной технике иногда встречаются случаи – при калибровках, однако, чрезвычайно редко, - при которых возможное значение величины лежит только на одной стороне граничных значений. Известным случаем этого класса является так называемая ошибка косинуса. Рассмотрение этого особого случая дается в [1].

3.2 Метод А для оценивания стандартной неопределенности измерения.

3.2.1 Метод типа А для оценивания стандартной неопределенности измерения применяется, когда для одной из входных величин при одинаковых условиях измерения проведены n независимых наблюдений. Если метод измерения обладает достаточным разрешением, то полученные значения показывают наблюдаемый разброс.

3.2.2 Если повторно измеренная входная величина X_i есть величина Q и были проведены n статистически независимых наблюдений (n>1), то оценка $\bar{q}$ величины Q есть среднее арифметическое значение или среднее значение отдельных наблюдаемых значений q_j (j=1,2,…, n):

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} q_j \tag{3.1}$$

Стандартная неопределенность, связанная с оценкой $\bar{q}$, оценивается следующими методами:

(а) Дисперсия распределения вероятностей (если более точно, то частотного распределения), лежащего в основе наблюдений, оценивается с помощью *экспериментальной дисперсии* $s^2(q)$ значений q_j , которая выражается как:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(q_j - \bar{q})^2 \tag{3.2}$$

Положительный квадратный корень из этой дисперсии называется *экспериментальным стандартным отклонением*. Наилучшей оценкой дисперсии среднего арифметического значения $\bar{q}$ поэтому будет *экспериментальная дисперсия среднего значения*. Она определяется как:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \tag{3.3}$$

Положительный квадратный корень из дисперсии среднего значения называется *экспериментальным стандартным отклонением среднего значения*. Стандартная неопределенность измерения $u(\bar{q})$, связанная с оценкой $\bar{q}$ является экспериментальным стандартным отклонением среднего значения:

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \qquad (3.4)$$

Предупреждение: Если число n повторных наблюдений меньше (n<10), то надежность значения стандартной неопределенности измерения, которая оценена по методу А - как указано в равенстве (3.4), – должна приниматься во внимание. Если число наблюдений *n* не может увеличиваться, то должны приниматься в расчет другие описанные в дальнейшем тексте методы оценки стандартной неопределенности измерения.

(б) Если для измерения, проводимого по хорошо определенному методу измерения, который находится под статистическим контролем, имеется *комбинированная или совместная оценка дисперсии* s_p^2 отдельного измерения, то она при известных условиях будет лучше описывать дисперсию распределения вероятностей, лежащего в основе наблюдений, чем экспериментальная дисперсия отдельного измерения, оцененная в единичном случае из малого ограниченного числа наблюдений. Если значение входной величины *Q* в этом случае оценивается как среднее значение $\bar{q}$ малого числа *n* статистически независимых повторных наблюдений, то дисперсия среднего значения оценивается с помощью:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \qquad (3.5)$$

Стандартную неопределенность измерения, которая связана со средним значением, следует оценивать потом в свою очередь по равенству (3.4).

3.3 Метод Б для оценивания стандартной неопределенности измерения.

3.3.1 При оценивании стандартной неопределенности измерения по типу В неопределенность измерения, связанная оценкой x_i входной величины X_i оценивается по методу, который заключается не в статистическом анализе ряда наблюдений. Стандартная неопределенность измерения $u(x_i)$ получается при этом с помощью метрологически обоснованной оценки изменчивости входной величины X_i, учитывая всю имеющуюся в распоряжении информацию. К этой категории принадлежат следующие значения:

- значения из других, ранее проведенных измерений;
- значения, полученные в результате опыта или общих знаний о поведении и свойствах применяемых материалах или приборов;
- данные производителя;
- значения, содержащиеся в свидетельствах о калибровках или других удостоверениях;
- неопределенности измерения, связанные со справочными значениями из справочной литературы.

3.3.2 Осмысленное применение имеющейся в распоряжении информации для оценивания стандартной неопределенности измерения по методу Б возможно только, если имеется достаточный опыт и общие знания. Они являются навыками, которыми овладевают в метрологической практике. Хорошо обоснованная оценка стандартной неопределенности по типу Б будет такой же надежной, как и оценка по типу А, особенно в ситуации, в которой оценивание по типу А основывается только на относительно небольшом числе статистически независимых наблюдений. Необходимо различать следующие случаи:

(а) Если известно только *одиночное значение* для величины X_i , например, одно измеренное значение, полученное из ранее проведенного измерения, справочное значение из литературы или поправка, то такое значение используется в качестве оценки x_i. Если также дается стандартная неопределенность измерения $u(x_i)$, связанная со значением x_i, то ее необходимо использовать. В других случаях стандартную неопределенность измерения следует рассчитывать из однозначных данных о неопределенности измерения. Если данные этого вида не имеются, то значение для стандартной неопределенности измерения должно оцениваться экспериментально.

(б) Если для величины X_i из теоретических или экспериментальных основ может предполагаться *распределение вероятностей*, то математическое ожидание и квадратный корень из дисперсии этого распределения используются как оценка x_i и связанная с ним стандартная неопределенность измерения $u(x_i)$.

(в) Если могут быть оценены для значения величины X_i только *верхняя и нижняя граница* a_+ и a_- (например, данные производителя об измерительном приборе, область изменчивости температуры, погрешность округления или отбрасывания вследствие автоматической обработки данных), то необходимо принимать распределение вероятностей с постоянной плотностью вероятности между границами (прямоугольная плотность вероятности) для изменчивости входной величины X_i . В соответствии с условиями для случая (б), описанным выше, получаем:

$$x_i = \frac{1}{2} \cdot (a_+ + a_-) \tag{3.6}$$

для оценки входной величины и

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12} \cdot (a_+ - a_-)^2 \tag{3.7}$$

для квадрата стандартной неопределенности измерения. Если разница между граничными значениями описывается с помощью $2a$, то равенство (3.7) может также быть записано в форме:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3} a^2 \tag{3.8}$$

Прямоугольная плотность вероятностей является соответствующим теоретико-вероятностным описанием состояния знания, когда ничего более неизвестно кроме границ изменчивости значения входной величины X_i . Если можно принять, что значения упомянутой величины более вероятны возле центра области изменчивости, чем возле границ, то треугольное или нормальное распределение будет представлять лучшую модель. С другой стороны U – образное распределение может быть целесообразным, когда значения возле границ являются более вероятными, чем значения возле центра.

4 Оценка стандартной неопределенности измерения, связанной с оценкой выходной величины

4.1 Для некоррелированных входных величин квадрат стандартной неопределенности измерения, связанный с оценкой y выходной величины выражается через:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) \tag{4.1}$$

Примечание: В измерительной технике имеются случаи, при калибровках встречаются редко, в которых функция модели сильно нелинейна или некоторые коэффициенты чувствительности [см. равенство (4.2) и (4.3)] принимают нулевое значение или исчезают. Тогда необходимо добавлять в равенство (4.1) член более высокого порядка. Описание этого особого случая дается в [1].

$u_i(y)$ $(i=1,2,\ldots N)$ является вкладом в стандартную неопределенность измерения, который связан с оценкой y выходной величины, который получается при данной оценке x_i входной величины X_i из стандартной неопределенности измерения, связанной с оценкой, по следующей формуле:

$$u_i(y) = c_i u(x_i) \tag{4.2}$$

c_i является *коэффициентом чувствительности*, относящимся к входной величине x_i, который для входной оценки x_i рассчитывается как частная производная функции модели f по X_i:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i}\bigg|_{X_1=x_1 \ldots X_N=x_N} \qquad (4.3)$$

4.2 Коэффициент чувствительности c_i описывает, в какой мере оценка y выходной величины находится под влиянием изменения оценок входных величин x_i. Он может оцениваться из функции модели f с помощью уравнения (4.3) или с помощью численных методов, то есть так, что рассчитываются изменения оценки y для изменений оценок x_i на $+u(x_i)$ и $-u(x_i)$, и полученная разница в y, разделенная на $2u(x_i)$, принимается в качестве значения коэффициента чувствительности c_i .Во многих случаях изменение оценок y выходной величины целесообразнее определять экспериментальным способом, при котором повторяют измерение, например, при $x_i \pm u(x_i)$.

4.3 В то время как $u(x_i)$ всегда постоянна, вклад неопределенности $u_i(y)$ в соответствии с равенством (4.2) в зависимости от знака коэффициента чувствительности c_i может принимать положительные или отрицательные значения. В случае коррелированных входных величин знак $u_i(y)$ должен обязательно приниматься во внимание; смотри равенство (Г.4) в Приложении Г.

4.4 Если функция модели f является суммой или разностью входных величин X_i:

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_N) = \sum_{i=1}^{N} p_i X_i \qquad (4.4)$$

то также оценка выходной величины в соответствии с равенством (2.2) дает в результате соответствующую сумму или разницу оценок входных величин:

$$y = \sum_{i=1}^{N} p_i x_i \qquad (4.5)$$

Коэффициенты чувствительности, равные p_i , и равенство (4.1) приводят к:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 \cdot u^2(x_i) \qquad (4.6)$$

4.5 Если функция модели f является произведением или частным входных величин X_i:

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_N) = c \prod_{i=1}^{N} X_i^{p_i} \qquad (4.7)$$

то оценка выходной величины в свою очередь является соответствующим произведением или частным оценок входных величин:

$$y = c \cdot \prod_{i=1}^{N} x_i^{p_i} \qquad (4.8)$$

В этом случае коэффициенты чувствительности равны $p_i y/x_i$, и из равенства (4.1) получается равенство аналогичное равенству (4.6), если при этом используются относительные стандартные неопределенности измерения $w(y)=u(y)/|y|$ и $w(x_i)=u(x_i)/|x_i|$:

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 \cdot w^2(x_i) \qquad (4.9)$$

4.6 Если две входные величины X_i и X_k являются коррелированными в определенной степени, то есть они являются зависимыми друг от друга тем или иным способом, то среди вкладов неопределенности должна учитываться также их *ковариация*. В Приложении Г описано, как это нужно делать. Насколько эффект корреляции должен приниматься в расчет, зависит от соответствующего измерения, от знаний о методе измерения и от оценки взаимных зависимостей входных величин. В общем, необходимо обратить внимание на то, что пренебрежение корреляциями между входными величинами может привести к ошибочной оценке стандартной неопределенности измеряемой величины.

4.7 Ковариация, связанная с оценками двух входных величин X_i и X_k может устанавливаться равной нулю или рассматриваться как пренебрежимо малая, если:

а) обе входные величины X_i и X_k являются независимыми друг от друга, например, если они наблюдались многократно, но не одновременно, в различных, независимых один от другого экспериментах или если они представляют (описывают) результирующую величину различных, независимых друг от друга проведенных исследований или если

б) одна из входных величин X_i и X_k может рассматриваться как константа или если

в) не имеется никаких причин для корреляции между входными величинами X_i и X_k.

Иногда корреляции могут исключаться с помощью подходящего выбора функции модели.

4.8 Анализ неопределенности измерения, часто также называемый бюджетом неопределенности измерения, должен содержать список всех источников неопределенности во время измерения вместе с принадлежащими им стандартными неопределенностями измерения и данные о том, как они были получены. При многократных повторных наблюдениях должно также указываться число n проведенных наблюдений. Для наглядности важные для анализа данные также рекомендуется указывать в табличной форме. В таблице должны назначаться всем величинам формульные обозначения X_i или краткие пометки для идентификации. Кроме этого для каждой величины таблица должна содержать, по крайней мере, оценку x_i, связанную с ней стандартную неопределенность $u(x_i)$, коэффициент чувствительности c_i и вклад неопределенности $u_i(y)$. Для занесенных в таблицу числовых значений должны указываться единицы измерения для соответствующей величины.

4.9 Формальный пример, который приведен для такого табличного расположения и действителен для некоррелированных входных величин, представлен в таблице 4.1. Стандартная неопределенность измерения $u(y)$, связанная с результатом измерения, данная внизу в правой колонке таблицы, является корнем из суммы квадратов всех вкладов неопределенностей в правой крайней колонке таблицы. Серые, расположенные внизу, ячейки в таблице остаются незаполненными.

Таблица 4.1 – Схема расположения величин, оценок, стандартных неопределенностей измерения, коэффициентов чувствительности и вкладов неопределенности, которые используются для анализа неопределенности

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность измерения $u(x_i)$	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$	c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	c_2	$u_2(y)$
X_N	x_N	$u(x_N)$	c_N	$u_N(y)$
Y	y			$u(y)$

5 Расширенная неопределенность

5.1 В ЕА принято, что калибровочные лаборатории, аккредитованные членом ЕА, в свидетельствах калибровки указывают *расширенную неопределенность* U, которая получается умножением стандартной неопределенности измерения $u(y)$, связанной с оценкой y выходной величины, на *коэффициент охвата* k:

$$U = ku(y) \tag{5.1}$$

В случаях, при которых измеряемой величине может приписываться нормальное распределение вероятностей (распределение Гаусса) и при которых стандартная неопределенность измерения, связанная с оценкой выходной величины достаточно надежна, коэффициент охвата стандартно принимается равным 2 (k=2). Приписанная расширенная неопределенность измерения соответствует *вероятности покрытия* примерно 95 %. Эти условия, в общем, справедливы для калибровок.

5.2 Принятие нормального распределения может не в каждом случае рассматриваться как подходящее. Однако в случаях, когда несколько вкладов неопределенности (N≥3), которые получены из распределений вероятностей независимых величин, например, нормальные или прямоугольные распределения, дают сопоставимые вклады в стандартную неопределенность измерения, связанную с оценкой выходной величины, выполняются условия центральной предельной теоремы, так что в очень хорошем приближении может приниматься, что для выходной величины справедливо нормально распределение.

5.3 Надежность стандартной неопределенности измерения, связанной с оценкой выходной величины, может оцениваться с помощью эффективных степеней свободы (см. Приложение Д). Критерий надежности в общем полностью выполняется, если вклад неопределенности, оцененный по методу А, не определялся из меньшего числа, чем 10 повторных наблюдений.

5.4 Если одно из названных условий (нормальное распределение или достаточная надежность) не выполнено, то для стандартного коэффициента охвата k=2 получается расширенная неопределенность измерения, которая соответствует вероятности покрытия меньшей чем 95 % . В этих случаях должны применяться другие методы, чтобы установить, что значение расширенной неопределенности измерения соответствует примерно такой же вероятности покрытия как в нормальном случае. Применение примерно одинаковых значений вероятности покрытия существенно, если результаты измерения одной и той же величины должны сравниваться друг с другом, например, при оценке результатов круговых сличений или при оценке выполнения требований спецификации.

5.5 Даже, когда нормальное распределение может приниматься, может еще случиться, что неопределенность измерения, связанная с выходной оценкой, является не достаточно надежной. Если в этом случае невозможно увеличить число n повторных измерений или заменить менее надежный в данном случае метод оценивания неопределенности типа А на метод типа Б, то может прийти на замену метод, рассмотренный в Приложении Д.

5.6 В остальных случаях, то есть во всех случаях, в которых принятие нормального распределения надежно не обосновано, необходимо добывать информацию о действительном распределении вероятностей значений выходной величины, и из него определять значение коэффициента охвата, который соответствует вероятности покрытия 95 %.

6 Указание неопределенности измерения в свидетельствах калибровки

6.1 В свидетельстве калибровки полный результат измерения, который состоит из оценки y измеряемой величины и связанной с ней расширенной неопределенностью измерения U, необходимо указывать в форме $y \pm U$. Это указание следует снабжать примечанием, которое в общем случае должно иметь следующее содержание:

"Указанная расширенная неопределенность является произведением стандартной неопределенности измерения на коэффициент охвата k=2, и при нормальном распределении соответствует вероятности охвата приблизительно равной 95 %. Стандартная неопределенность оценена в соответствии с EAL – R2."

6.2 В случаях, когда имеет смысл нахождение степеней свободы, это примечание должно звучать следующим образом:

"Указанная расширенная неопределенность является произведением стандартной неопределенности измерения и коэффициента охвата k= XX, и соответствует при t-распределении с ν_{eff} = YY эффективными степенями свободы вероятности покрытия приблизительно равной 95%. Стандартная неопределенность оценена в соответствии с EAL – R2."

6.3 Численное значение неопределенности измерения следует указывать максимум с двумя значащими цифрами. Численное значение результата измерения в окончательном виде следует округлять до такого же количества цифр, как в расширенной неопределенности измерения, связанной с результатом измерения. Для методов округления следует применять общепринятые правила округления чисел (более подробные указания для округления можно найти в Приложении Б ИСО 31-0:1992). Если числовое значение неопределенности измерения из-за округления уменьшается больше чем на 5 %, то значение неопределенности следует указывать округленным в сторону увеличения (с избытком).

7 Инструкция для пошагового определения неопределенности измерения

7.1 Ниже составлена инструкция для пошагового применения этого документа для расчета неопределенности измерения на практике (смотри разработанные примеры в отдельных дополнительных документах):

а) Следует математически сформулировать связь между измеряемой величиной (выходной величиной) Y и входными величинами X_i в виде соответствующего выражения (2.1). В случае прямого сравнения двух эталонов выражение будет вполне простым, например, $Y = X_1 + X_2$.

б) Необходимо установить и учесть все значимые поправки

в) При анализе неопределенности необходимо перечислить все причины неопределенности измерения в соответствии с разделом 4.

г) Для повторно измеряемых величин следует определить стандартную неопределенность измерения $u(\bar{q})$ в соответствии в разделом 3.2

д) Для единичных значениях, например, для значений, полученных из предыдущих измерений, для поправок или для значений из литературы, следует применять стандартную неопределенность измерения $u(x_i)$, если она указана, или может рассчитываться в соответствии с пунктом 3.3.2 (а). При этом следует обращать внимание на то, в какой форме указывается неопределенность измерения (стандартная неопределенность измерения – расширенная неопределенность измерения). Если не имеется никакого значения, из которого может быть оценена стандартная неопределенность, то значение для $u(x_i)$ следует определять на основании соответствующего метрологического опыта.

е) Для входных величин, распределение вероятностей которых известно или может быть предположено на основании имеющейся информации, математическое ожидание и стандартную неопределенность $u(x_i)$ следует рассчитывать в соответствии с п. 3.3.2 (б). Если известны или могут быть оценены только верхняя или нижняя границы неясности (недостоверности) или надежность входной величины, то стандартную неопределенность измерения $u(x_i)$ следует оценивать в соответствии с п. 3.3.2 (в).

ж) Для каждой входной величины X_i следует рассчитать вклад $u_i(y)$ в неопределенность измерения, которая связана с оценкой y выходной величины. Он получается в соответствии с выражениями (4.2) или (4.3) из стандартной неопределенности измерения $u(x_i)$, связанной с оценкой x_i входной величины, с помощью умножения на коэффициент чувствительности c_i . Чтобы получить стандартную неопределенность $u(y)$, связанную с значением измеряемой величины, квадраты вкладов неопределенности следует суммировать в соответствии с выражением (4.1). Если из входных величин известно, что они коррелированны, то следует применить методы, приведенные в Приложении Г.

з) Расширенную неопределенность измерения U следует определять через произведение стандартной неопределенности $u(y)$, связанной с оценкой выходной величины, и коэффициента расширения k, выбранным в соответствии с разделом 5.

и) Результат измерения, который включает оценку y измеряемой величины, связанную с ней расширенную неопределенность измерения U и коэффициент чувствительности k, следует указывать в свидетельстве калибровки в соответствии с разделом 6.

8 Литература

[1] Руководство по выражению неопределенности измерения (Guide to the Expression of Uncertainty in measurement), 1-ое издание, 1993, переработано и переиздано в 1995, Международная организация по стандартизации (Женева, Швейцария).

[2] Международный словарь по метрологии (International vocabulary of basic and general terms in metrology), 2-ое издание 1993, Международная организация по стандартизации (Женева, Швейцария).

[3] Международный стандарт ИСО 3534 – 1: 1993, Статистика – Словарь и обозначения – Часть 1: Вероятность и общие статистические термины (Statistics – Vocabulary and Symbols – Part 1: Probability and general statistical terms), 1-ое издание , 1993, Международная организация по стандартизации (Женева, Швейцария).

Приложение А
Комментарии по оценке наименьшей выдаваемой неопределенности

А.1 Наименьшая выдаваемая неопределенность (см. Раздел 1 основного текста) - это один из параметров, который используется, чтобы охарактеризовать *область аккредитации* аккредитованной калибровочной лаборатории, другими (параметрами) являются физическая величина, метод калибровки или тип инструмента, который должен калиброваться и диапазон измерения. Наименьшая выдаваемая неопределенность обычно устанавливается в *приложении к свидетельству об аккредитации* или в других документах, которые лежат в основе *решения об аккредитации* или прилагаются к свидетельству об аккредитации, которые (перечисленные документы) в большинстве случаев используются как доказательство аккредитации. Иногда она устанавливается как в области аккредитации, так и в подтверждающих документах. Наименьшая выдаваемая неопределенность является одной из существенных частей информации, которая может быть найдена в справочниках (реестрах) аккредитованных лабораторий, которые регулярно публикуются Органами по аккредитации и используются потенциальными клиентами аккредитованных лабораторий, чтобы оценить возможность проводить определенную калибровочную работу в лаборатории или вне ее (на стороне).

А.2 Чтобы сделать возможным, сравнивать возможности различных калибровочных лабораторий, в частности лабораторий, аккредитованных различными органами по аккредитации, установление наименьшей выдаваемой неопределенности нуждается в гармонизации. Чтобы содействовать этому, ниже даны некоторые разъяснения для термина " наименьшая выдаваемая неопределенность", основанные на его определении, который дан выше в основном тексте (см. п.1.3).

А.3 Под "более или менее повседневными калибровками" имеется в виду, что лаборатория будет способной достичь заявленную неопределенность в рамках своей нормальной работы, которую она выполняет в условиях своей аккредитации. Очевидно, бывают исключения, когда лаборатория могла бы быть способной достичь большего на основании обширных исследований и дополнительных мероприятий, но эти случаи не охватываются определением наименьшей выдаваемой неопределенности, если только это не заявленная политика лаборатории, чтобы проводить такие научные исследования (в таком случае это становится "более или менее повседневными" типами калибровок в лаборатории).

А.4 Добавление уточнения "почти идеальный" в определении означает, что наименьшая выдаваемая неопределенность не должна зависеть от характеристик калибруемого прибора. Понятие "почти идеальный", таким образом, описывает случай, что никакие существенные вклады неопределенности не должны объясняться физическими эффектами, которые могут быть приписаны возможным несовершенствам калибруемого прибора. Однако само собой понятно, что "почти идеальный" прибор должен иметься в распоряжении. Если можно доказать, что в определенном случае сам "идеальный" имеющийся прибор не соответствует этой концепции, то при оценке наименьшей выдаваемой неопределенности должен быть включен вклад неопределенности из-за прибора. В таком случае указывается, что наименьшая выдаваемая неопределенность относится к калибровке такого определенного типа приборов.

А.5 Определение наименьшей выдаваемой неопределенности содержит в себе то, что лаборатория в рамках своей аккредитации при своих повседневных калибровках не имеет право указывать неопределенность измерения меньшую, чем наименьшая выдаваемая неопределенность. Это означает, что она должна указывать большую неопределенность измерения, когда установлено, что действительный (фактический) процесс калибровки вносит существенный вклад в неопределенность измерения. Обычно при этом значительный вклад поставляет калибруемый прибор. Очевидно, что неопределенность измерения, указываемая каждый раз в свидетельстве о калибровке, никогда не может быть меньше наименьшей выдаваемой неопределенности. При указании соответствующих неопределенностей измерения от лабораторий требуется, чтобы они использовали основные положения этого документа.

А.6 Следует указать на то, что понятие наименьшей выдаваемой неопределенности должно приниматься во внимание только при таких результатах, которые лаборатория выдает, как аккредитованная. Собственно говоря, понятие наименьшая выдаваемая неопределенность является административным (управленческо-техническим) и от него не требуется безусловно отражать реальные технические возможности лаборатории. Может быть возможным для лаборатории применять для аккредитации большую неопределенность измерения, чем ее наименьшая выдаваемая неопределенность, если лаборатория имеет для этого свои внутренние причины. Такие внутренние причины обычно включают случаи, когда реальные возможности должны поддерживаться в конфиденциальности для внешних клиентов. Например, при научно-исследовательских работах или когда осуществляются услуги для особенных клиентов. Политикой Органа по аккредитации должно быть то, что аккредитация предоставляется на каждую заявленную область, если лаборатория может проводить калибровки в соответствующей области. (Это утверждение относится не только к наименьшей выдаваемой неопределенности, но и ко всем параметрам, которые устанавливают область деятельности лаборатории).

А.7 Установление наименьшей выдаваемой неопределенности является задачей Органа по аккредитации. Исключая случаи, изложенные в предыдущем подразделе, определение наименьшая выдаваемая неопределенность следует осуществлять на основании методов, установленных в этом документе. Наименьшая выдаваемая неопределенность указывается таким же способом, как и соответствующая неопределенность измерения в свидетельстве о калибровке, то есть в форме расширенной неопределенности, обычно с коэффициентом охвата $k = 2$. (Только в некоторых случаях, при которых нормальное распределение не может приниматься или оценивание основывается на ограниченном числе данных, наименьшая выдаваемая неопределенность устанавливается принимая вероятность покрытия примерно 95 %. (см. раздел 5 основного текста).

А.8 Все компоненты, которые имеют существенные вклады в неопределенность измерения, должны приниматься во внимание при оценке наименьшей выдаваемой неопределенности. Для определения вкладов, о которых известно, что они подвержены временным изменениям или изменяются в зависимости от других физических величин, могут устанавливаться границы возможных изменений, в которых предполагается, что они (изменения) будут происходить при нормальных условиях работы. Например, если известно, что применяемый исходный эталон подвержен дрейфу, то при определении вкладов неопределенности, возникающих от исходного эталона, должен учитываться вклад, который вызван дрейфом между двумя периодическими (следующими друг за другом) калибровками.

А.9 В некоторых областях неопределенность измерения может зависеть от дополнительных параметров, как, например, частота приложенного напряжения при калибровке эталонных сопротивлений. Должен указываться дополнительный параметр такого рода вместе с измеряемой величиной и наименьшая выдаваемая неопределенность, специфицированная (выделенная отдельно) для дополнительного параметра. Часто бывает, что наименьшая выдаваемая неопределенность указывается как функция соответствующих (упомянутых) параметров.

А.10 Наименьшая выдаваемая неопределенность обычно указывается в численном виде. Поскольку она является функцией измеряемой величины (или других параметров), на которые она ссылается, она может указываться также в аналитической форме. В последнем случае дополнительная диаграмма может сделать наглядной такую зависимость. Должно быть всегда четко видно, указывается ли наименьшая выдаваемая неопределенность как абсолютное или относительное значение. (Обычно указание соответствующих единиц предоставляет необходимое пояснение, при величинах с размерностью 1 требуется, тем не менее, всегда отдельное указание).

A.11 Хотя установление наименьшей выдаваемой неопределенности должно проводится методами, указанными в этом документе, основной текст содержит ясное требование, что назначение должно поддерживаться или подтверждаться экспериментальными доказательствами. Это требование означает, что орган по аккредитации не должен ограничиваться (довольствоваться) только расчетом неопределенности. При проведении надзора или по поручению (указанию, требованию) должны проводится многочисленные сличения, которые "подкрепляют" расчеты.

Приложение Б
Глоссарий

Б1 **Среднее арифметическое** ([3] определение 2.26)
Сумма значений, деленная на их число

Б2 **Наименьшая выдаваемая неопределенность измерения** (раздел 1)
наименьшая неопределенность измерения, которую может достигнуть лаборатория для определенной величины при идеальных условиях измерения в рамках своей аккредитации.

Б3 **Корреляция** ([3] определение 1.13)
Взаимосвязь двух или нескольких случайных величин в распределении двух или нескольких случайных величин.

Б4 **Коэффициент корреляции** ([1] п. В.3.6)
Относительная мера взаимной зависимости двух случайных величин, равная отношению их ковариаций к положительному квадратному корню из произведения их дисперсий.

Б5 **Ковариация** ([1] п. В.3.4)
Мера взаимной зависимости двух случайных переменных, которая равна математическому ожиданию произведения отклонений обоих случайных переменных от своих математических ожиданий.

Б6 **Коэффициент чувствительности** ([1] определение 2.3.6)
числовой коэффициент, используемый как множитель суммарной стандартной неопределенности для получения расширенной неопределенности.

Б7 **Вероятность охвата** ([1] п. 2.3.5, Примечание 1)
Часть распределения значений, которые на основании измерения могут обоснованно приписываться соответствующей измеряемой величине как результат измерения.

Б8 **Экспериментальное стандартное отклонение** ([2] определение 3.8)
Положительный квадратный корень из экспериментальной дисперсии.

Б9 **Расширенная неопределенность измерения** ([1] определение 2.3.5)
Величина, определяющая интервал вокруг результата измерения, в пределах которого, можно ожидать, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могли быть приписаны измеряемой величине.

Б10 **Экспериментальная дисперсия** ([2] п. 4.2.2)
Величина, которая характеризует квадрат рассеяния значений из рада n наблюдений определенной измеряемой величины, данная в тексте с помощью выражения (3.2).

Б11 **Оценка входной величины** ([1] п. 4.1.4)
Измеряемое значение, которое приписывается входной величине как лучшее значение и используется при оценивании результата измерения.

Б 12 **Входная величина** ([1] п. 4.1.2)
Величина, от которой зависит измеряемая величина и которая учитывается при оценивании результата измерения.

Б 13 **Измеряемая величина** ([2] определение 2.6)
Конкретная величина, являющаяся объектом измерения.

Б 14 **Оценка выходной величины** ([1] п. 4.1.4)

Результат измерения, который приписывается измеряемой величине при измерении и рассчитывается с помощью функции модели из оценок входных величин.

Б 15 **Выходная величина** ([1] п. 4.1.2)

Величина, которая представляет измеряемую величину при анализе (оценивании) измерения.

Б 16 **Суммарная (совместная, комбинированная) оценка дисперсии** ([1] п. 4.2.4)

Экспериментальная дисперсия, которая оценивается на основании большого ряда наблюдений одной и той же измеряемой величины в хорошо-определенном методе измерений под статистическим контролем.

Б 17 **Распределение вероятностей** ([3] определение 1.3)

Функция, определяющая вероятность того, что случайная величина принимает какое-либо заданное значение или принадлежит заданному множеству значений.

Б 18 **Случайная величина** ([3] определение 1.2)

Величина, которая может принимать любое значение из указанного ряда величин, и с которой связано распределение вероятностей.

Б 19 **Относительная стандартная неопределенность измерения** ([1] п 5.1.6)

Стандартная неопределенность измеряемой величины, разделенная на абсолютное значение оценки измеряемой величины.

Б 20 **Коэффициент чувствительности для значения входной оценки** ([1] п 5.1.3)

Дифференциальное изменение значения выходной оценки при дифференциальном изменении значения входной величины, разделенное на изменение значения оценки входной величины.

Б 21 **Стандартное отклонение** ([3] определение 1.23)

Положительный квадратный корень дисперсии случайной переменной.

Б 22 **Стандартная неопределенность измерения** ([1] определение 2.3.1)

Приписанная оценке, то есть неопределенность измерения, указываемая с оценкой, и выраженная как стандартное отклонение.

Б 23 **Оценивание неопределенности по типу А** ([1] определение 2.3.2)

Метод оценивания неопределенности, при котором неопределенность измерения получается из статистического анализа ряда наблюдений.

Б 24 **Оценивание неопределенности по типу В** ([1] определение 2.3.3)

Метод оценивания неопределенности, при котором неопределенность измерения оценивается не из анализа ряда наблюдений (иным путем).

Б 25 **Неопределенность измерения** ([2] определение 3.9)

Параметр, связанный с результатом измерения, который характеризует область значений, которые могли быть обоснованно приписаны измеряемой величине.

Б 26 **Дисперсия** ([3] определение 1.22)

Математическое ожидание квадрата отклонения случайной переменной от своего математического ожидания.

Приложение В
Источники неопределенности измерения

В1 Неопределенность результата измерения отражает неполное знание о значении измеряемой величины. Полное знание требует бесконечного количества информации. Феномены, которые способствуют неопределенности и, следовательно, тому факту, что результат измерения не может обозначаться одним значением, называются источниками неопределенности [1], и включают следующие:

а) неполное определение измеряемой величины;
б) неполную реализацию определения измеряемой величины;
в) нерепрезентативную выборку – измеренный образец может не представлять определяемую измеряемую величину;
г) неадекватное знание эффектов от условий окружающей среды, влияющих на измерение, или несовершенное измерение условий окружающей среды;
д) субъективная систематическая погрешность оператора при снятии показаний с аналоговых приборов;
е) конечная разрешающая способность прибора или порог чувствительности;
ж) неточные знания, приписанные эталонам, используемым для измерения, и стандартным образцам веществ и материалов;
з) неточные значения констант и других параметров, полученных из внешних источников и используемых в алгоритме обработки данных;
и) аппроксимации и предположения, используемые в методе измерения и измерительной процедуре;
к) разброс значений повторных наблюдений измеряемой величины при явно одинаковых условиях.

В 2 Эти источники не всегда появляются независимыми друг от друга. Некоторые источники от (а) до (и) могут вносить вклады в источник (к).

Приложение Г
Коррелированные входные величины

Г1 Если о двух входных величинах X_i и X_k известно, что они в определенной степени коррелированы – то есть если они являются тем или иным способом зависимыми друг от друга -, то необходимо учитывать ковариацию, связанную с обоими оценками x_i и x_k:

$$u\left(x_i, x_k\right) = u\left(x_i\right) \cdot u\left(x_k\right) \cdot r\left(x_i, x_k\right) \qquad (i \neq k) \tag{Г.1}$$

как дополнительный вклад в неопределенность измерения. Степень корреляции определяется через коэффициенты корреляции $r\ (x_i, x_k)$ ($i \neq k$ или $|r| \leq 1$).

Г2 В случае n пар независимых повторных наблюдений двух величин P и Q ковариация, связанная со средними арифметическими значениями $\bar{p}$ и $\bar{q}$, оценивается по формуле:

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^{n} (p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q}) \tag{Г.2}$$

Отсюда получается коэффициент корреляции через подстановку в выражение (Г.1).

Г3 Корреляции входных величин могут основываться на соответствующем метрологическом опыте и общих знаниях о методе измерения. Если для корреляции между входными величинами известна или может быть оценена соответствующая ковариация, то выражение (4.1) следует заменить на:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 \cdot u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^{N} c_i \cdot c_k \cdot u(x_i, x_k) \tag{Г.3}$$

где c_i и c_k являются коэффициентами чувствительности, определенными в выражении (4.3), или на

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) + 2\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^{N} u_i(y) \cdot u_k(y) \cdot r(x_i, x_k) \tag{Г.4}$$

где вклады $u_i(y)$ в стандартную неопределенность, которая связана с оценкой y выходной величины, получают в соответствии с выражением (4.2) из стандартной неопределенности, которая дается вместе с оценкой x_i входной величины. Важно обратить внимание на то, что второе суммирование из двух определений в выражении (Г.3) или (Г.4) может приобретать отрицательный знак.

Г4 На практике входные величины часто коррелируют, так как для оценивания их значений используются одинаковые, характеризуемые значительными неопределенностями, физические исходные эталоны, измерительные приборы, исходные величины или методы измерения. Без потери общности предположим, что обе входные величины X_1 и X_2 с их оценками x_1 и x_2 зависят от независимых друг от друга переменных $Q_l (l = 1, 2, \ldots L)$:

$$X_1 = g_1(Q_1, Q_2, \ldots Q_L) \tag{Г.5}$$
$$X_2 = g_2(Q_1, Q_2, \ldots Q_L)$$

где безусловно не все переменные $Q_l (l = 1, 2, \ldots L)$ одновременно могут встречаться в обоих функциях. Оценки x_1 и x_2 входных величин являются коррелированными в некоторой степени, даже если оценки $q_l (l = 1, 2, \ldots L)$ являются некоррелированными. Ковариация $u(x_1, x_2)$, связанная с оценками x_1 и x_2, выражается через:

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^{L} c_{1l} \cdot c_{2l} \cdot u^2(q_l) \tag{Г.6}$$

Здесь c_{1l} и c_{2l} являются коэффициентами чувствительности, выведенными из функций g_1 и g_2 по аналогии с выражением (4.3). Так как в сумму вносят вклад только те члены, чьи коэффициенты чувствительности не равны нулю, то ковариация будет равна нулю, когда функции g_1 и g_2 не имеют общих переменных. Коэффициент корреляции $r(x_1, x_2)$ для оценок x_1 и x_2 оценивается из выражения (Г.6) вместе с выражением (Г.1).

Г 5 В следующем примере в общем определяются корреляции между значениями, которые могут возникнуть при калибровке двух рабочих эталонов с помощью одного и того же исходного эталона.

Измерительная проблема

Оба эталона, которые представляют величины X_1 и X_2, связываются с помощью измерительной системы с исходным эталоном, который реализует (воспроизводит) величину Q_S. С помощью измерительной системы оценивается соответствующая разница z между значениями, воспроизводимыми рабочим эталоном и исходным эталоном вместе со стандартной неопределенностью $u(z)$. Само значение q_S известно со стандартной неопределенностью измерения $u(q_S)$.

Математическая модель

Оценки x_1 и x_2 являются зависимыми от значения q_S исходного эталона и наблюдаемых разниц z_1 и z_2 в соответствии с соотношениями

$$x_1 = q_s - z_1$$
$$x_2 = q_s - z_2 \qquad (Г.7)$$

Стандартные неопределенности и ковариации

Оценки z_1, z_2 и q_S принимаются некоррелированными, когда они были оценены в различных измерениях. Стандартные неопределенности рассчитываются из выражения (4.4), и ковариация, связанная с оценками x_1 и x_2, получается из выражения (Г.6) при допущении, что $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$, будет:

$$u^2(x_1) = u^2(q_S) + u^2(z)$$
$$u^2(x_2) = u^2(q_S) + u^2(z) \qquad (Г.8)$$
$$u(x_1, x_2) = u^2(q_S)$$

Коэффициент корреляции, выведенный из этих результатов будет равен:

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_S)}{u^2(q_S) + u^2(z)} \qquad (Г.9)$$

В зависимости от соотношения между стандартными неопределенностями $u(q_S)$ и $u(z)$ его значение (коэффициента корреляции) лежит в диапазоне от 0 до +1.

Г 6 Случай, описанный с помощью уравнения (Г.5) является одним из случаев, в котором можно избежать прямого учета корреляции при оценивании стандартной неопределенности измерения измеряемой величины через надлежащий выбор функции модели. Если используется новая функция модели, которая напрямую содержит независимые переменные Q_l, тем что заменяются первоначальные переменные X_1 и X_2 в первоначальной функции модели f в соответствии с выражением (Г.5), то коррелированные переменные X_1 и X_2 в новой функции модели и, следовательно, корреляция между ними больше не возникают.

Г 7 Существуют однако случаи, в которых корреляции между двумя входными величинами X_1 и X_2 нельзя избежать, когда, например, один и тот же измерительный прибор или один и тот же исходный эталон используется при оценивании входных оценок x_1 и x_2, то выражения для преобразования в новые независимые переменные не существует. Если, к тому же, степень корреляции неизвестна, то может быть полезным оценить максимальное влияние, которое имеет эта корреляция, с помощью верхней границы стандартной неопределенности измерения, связанной с измеряемой величиной. Она (граница) имеет – если другие корреляции не должны учитываться - форму:

$$u^2(y) \le \left(|u_1(y)| + |u_2(y)|\right)^2 + u_r^2(y) \qquad (Г.10)$$

где $u_r(y)$ - это вклад в стандартную неопределенность измерения всех оставшихся входных величин, которые принимаются как некоррелированные к обоим входным величинам X_1 и X_2.

Примечание: Выражение (Г.10) может относительно просто распространяться на случаи, которые обрабатывают одну или несколько групп с двумя или более коррелированными входными величинами. В таком случае следует ввести для каждой группы коррелированных величин квадрат соответствующей суммы для наихудшего случая в выражении (Г.10).

Приложение Д
Коэффициенты охвата, выведенные из эффективных степеней свободы

Д1 Установление коэффициента охвата k, который соответствует определенной вероятности охвата, требует, чтобы принималась во внимание надежность стандартной неопределенности измерения $u(y)$, которая связана с оценкой y выходной величины. Это означает, что рассматривается, как хорошо стандартное отклонение, связанное с результатом измерения, оценивается через $u(y)$. При оценке стандартного отклонения нормального распределения мерой надежности являются степени свободы оценок, которые зависят от объема соответствующей выборки. Подходящая мера для надежности стандартной неопределенности измерения, связанной с оценкой выходной величины, аналогично представляет собой эффективную степень свободы ν_{eff}. Хотя предположения центральной предельной теоремы теории вероятности выполняются, эффективная степень свободы, относящаяся к результату измерения, дается в хорошем приближении через комбинацию эффективных степеней свободы различных вкладов неопределенности $u_i(y)$.

Д 2 Если условия для применения центральной предельной теоремы налицо, то метод для расчета коэффициента охвата k включает три следующих шага:

(а) Оценка стандартной неопределенности, связанной с оценкой выходной величины, в соответствии с методом пошаговой оценки, данным в разделе 7.

(б) Оценка эффективных степеней свободы ν_{eff} для стандартной неопределенности измерения $u(y)$, с помощью формулы Велча-Саттерсвейта:

$$\nu_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} \qquad (Д.1)$$

где $u_i(y)$ (i=1,2,…,N) – определенные по формуле (4.2) вклады в стандартную неопределенность измерения, которая соответствует оценке у выходной величины, и ν_i - эффективная степень свободы вклада неопределенности $u_i(y)$.

Для значения стандартной неопределенности измерения $u(q)$, которое определяется по методу оценки неопределенности типа А в соответствии с подразделом 3.1, степень свободы определяется через $\nu_i = n-1$. Установление степени свободы, которая соответствует значению стандартной неопределенности измерения, определенным по методу оценки неопределенности типа В, требует, наоборот, в каждом случае подробного рассмотрения. При этом необходимо принимать во внимание, что определение областей изменчивости обычно проводят так, чтобы избежать недооценки. Если например устанавливаются верхняя и нижняя границы a_- и a_+, то они обычно выбираются так, что вероятность того, что соответствующая величина лежит за пределами этих границ, очень мала. В условиях этого предположения степени свободы для стандартной неопределенности измерения $u(x_i)$, значение которой определено по методу оценки неопределенности типа В, могут приниматься $\nu_i \to \infty$.

(в) Определение коэффициента покрытия k из таблицы Д.1. Эта таблица базируется на t-распределении, которое установлено для вероятности покрытия 95,45 %. Если ν_{eff} является не целым числом, что обычно и происходит, то ν_{eff} уменьшают до ближайшего целого числа.

Таблица Д.1 – Коэффициенты охвата *k* для различных степеней свободы ν_{eff}

ν_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

ДОПОЛНЕНИЕ 1

Примеры

СОДЕРЖАНИЕ

S1 Введение

S1.1 Нижеследующие примеры наглядно показывают математический метод по оцениванию неопределенности измерений. В будущем на основании соответствующих моделей специалистами рабочих групп в различных областях должны разрабатываться примеры полностью ориентированные на практику. Однако представленные здесь примеры устанавливают общее руководство при оценке неопределенности измерения.

S1.2 Примеры основаны на проектах, подготовленных группой экспертов Европейской организации по аккредитации (EAL). Эти проекты упрощенны и согласованны, чтобы сделать их понятными для сотрудников лаборатории во всех областях калибровки. Мы надеемся, что эта группа примеров будет способствовать лучшему пониманию деталей составления модели оценивания и согласованию процесса оценивания неопределенности измерения независимо от области калибровки.

S1.3 Вклады в неопределенность и значения, данные в примерах, не представляют собой обязательные или типичные требования. Каждая лаборатория должна определять составляющие неопределенности на основании функциональной модели, которую они используют при оценке выполняемых ими калибровок, и указывать оцененную неопределенность измерения в свидетельстве калибровки, которое они выдают. Во всех приведенных примерах выполнены условия, установленные в разделе 5 для использования коэффициента охвата $k = 2$.

S1.4 Изложение примеров по оценке неопределенности измерений происходит по следующей схеме в соответствии с пошаговым методом, приведенным в разделе 7 документа EAL-R2:

- название (калибруемое средство измерения, воспроизводимое значение или калибруемая точка диапазона),
- краткое описание процедуры калибровки,
- модель измерения со списком используемых знаков и символов,
- подробный перечень входных величин с кратким описанием того, как они были получены,
- результаты наблюдений и оценки статистических параметров,
- бюджет неопределенности в форме таблицы,
- расширенная неопределенность измерения,
- полный результат измерения, указываемый в свидетельстве калибровки.

S1.5 Это первое приложение к EAL-R2 будет дополняться новыми разработанными примерами по оценке неопределенности измерения при калибровке приборов. Примеры можно также найти в руководящих документах EAL по калибровке определенных типов приборов.

S2 Калибровка гири с номинальным значением массы 10 кг

S2.1 Калибровка гири с номинальным значением массы 10 кг класса M1 (по МОЗМ) проводится методом сравнения с эталонной мерой класса F2 (по МОЗМ) с тем же номинальным значением массы, используя компаратор массы, чьи эксплутационные характеристики предварительно определены.

S2.2 Неизвестное действительное значение массы m_X определяется как:

$$m_X = m_S + \delta d_D + \delta m + \delta m_C + \delta B \qquad \text{(S2.1)}$$

где

m_S – действительное значение массы эталонной меры;

δm_D – дрейф (смещение) значения массы эталонной меры со времени последней калибровки;

δm – наблюдаемая разница между массой калибруемой гири и массой эталона;

δm_C – поправка на эксцентриситет нагрузки и магнитные эффекты;

δB – поправка на выталкивание воздуха.

S2.3 **Эталонная мера (** m_S **):** Свидетельство калибровки для эталонной меры дает значение 10 000,005 г с расширенной неопределенностью 45 мг (коэффициент охвата k = 2)

S2.4 **Дрейф (смещение) значения массы эталонной меры (** δm_D **):** Изменение значения массы эталонной меры с момента предыдущей калибровки оценивается значением "ноль" с максимальными от него отклонениями ± 15 мг.

S2.5 **Компаратор (** $\delta m, \delta m_C$ **):** Предварительно оцененное значение сходимости разницы между значениями масс двух гирь с одинаковыми номинальными значениями с использованием компаратора дает суммарную оценку стандартного отклонения 25 мг. Поправка относительно калибровки компаратора не берется; отклонения вследствие эксцентриситета нагрузки и магнитных эффектов оценивается прямоугольным распределением с границами ±10 мг.

S2.6 **Выталкивание воздуха (** δB **):** Поправка на выталкивание воздуха не приведена; пределы результирующего отклонения оцениваются на $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ от номинального значения

S2.7 **Корреляция:** Входные величины рассматриваются как некоррелированные

S2.8 **Измерения:** Разница масс между калибруемой гирей и эталонной мерой определяется методом замещения по схеме замещения ABBA. Было получено три наблюдения:

№	Действительное значение массы		Показание, г		Наблюдаемая разница, г
1	Эталонной меры		+0,010		
	Калибруемой гири		+0,020		
	Калибруемой гири		+0,025		
	Эталонной меры		+0,015		+0,01
2	Эталонной меры		+0,025		
	Калибруемой гири		+0,050		
	Калибруемой гири		+0,055		
	Эталонной меры		+0,020		+0,03
3	Эталонной меры		+0,025		
	Калибруемой гири		+0,045		
	Калибруемой гири		+0,040		
	Эталонной меры		+0,020		+0,02

Среднее арифметическое значение: $\overline{\delta m} = 0{,}020$ г

Суммарная оценка стандартного отклонения: $s_p(\delta m) = 25$ мг
(из предварительного оценивания)

Стандартная неопределенность: $u(\delta m) = s(\delta m) = \frac{25\,мг}{\sqrt{3}} = 14{,}4$ мг

S2.9 Бюджет неопределенности $u(m_X)$:

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
m_S	10 000,005 г	22,5 мг	нормальное	1,0	22,5 мг
δm_D	0,000 г	8,95 мг	прямоугольное	1,0	8,95 мг
δm	0,020 г	14,4 мг	нормальное	1,0	14,4 мг
δm_C	0,000 г	5,77 мг	прямоугольное	1,0	5,77 мг
δB	0,000 г	5,77 мг	прямоугольное	1,0	5,77 мг
m_X	10 000,025 г				29,3 мг

S2.10 Расширенная неопределенность

$$U = k \cdot u(m_X) = 2 \cdot 29{,}3 \cong 59 \text{ мг}$$

S2.11 Полный результат измерения

Измеренное значение массы гири с номинальной массой 10 кг составляет 10,000 025 кг ± 59 мг. Указанная расширенная неопределенность измерения определяется как стандартная неопределенность измерения, умноженная на коэффициент охвата $k = 2$. Для нормального распределения она соответствует отклонениям от среднего значения с вероятностью охвата примерно 95%.

S3 Калибровка эталонной меры сопротивления в 10 кОм

S3.1 Сопротивление четырехклеммной эталонной меры сопротивления определяется методом замещения через сравнение с работающей в качестве эталона калиброванной четырехклеммной эталонной мерой сопротивления того же номинального значения при помощи 7½-разрядного цифрового мультиметра (DMM) в области измеряемых сопротивлений. Меры сопротивления расположены в хорошо размешанной масляной ванне с температурой 23ºC, которая контролируется расположенным в центре ртутным термометром. Перед измерениями меры сопротивления необходимо выдержать в течение определенного времени для стабилизации температуры. Выводы четырех клемм каждой меры сопротивления по очереди подключаются к клеммам DMM. Осуществляется проверка, чтобы при электрическом токе DMM 100 мкА в измерительной области 10 кОм не было случая значительного самонагрева меры сопротивления. Измерительная процедура проводится также с гарантией, что наружные утечки сопротивления оказывают незначительное влияние на результат измерения.

S3.2 Значение сопротивления R_X калибруемой меры получается из выражения:

$$R_X = (R_S + \delta R_D + \delta R_{TS}) r_C r - \delta R_{TX} \qquad \text{(S3.1)}$$

где

R_S	– значение сопротивления эталонной меры;
δR_D	– дрейф значения эталонной меры сопротивления с момента последней калибровки;
δR_{TS}	– температурная зависимость изменений сопротивления эталонной меры;
$r = R_{iX} / R_{iS}$	– отношение показываемых значений (индекс "i" обозначает показание) калибруемой и эталонной мер сопротивления;
r_C	– фактор поправки на паразитические напряжения и разрешающую способность цифрового вольтметра;
δR_{TX}	– температурная зависимость изменений сопротивления калибруемой меры.

S3.3 **Эталонная мера сопротивления (R_S):** В свидетельстве калибровки на эталонную меру приведено значение сопротивления $10000{,}053\ Ом \pm 5\ мОм$ (коэффициент охвата (k = 2) при заданной температуре 23°С.

S3.4 **Дрейф значения сопротивления эталонной меры (δR_D):** Дрейф значения сопротивления эталонной меры с момента последней калибровки оценен на основании практики калибровки как $+20$ мОм с отклонениями в интервале ± 10 мОм.

S3.5 **Температурные поправки (δR_{TX}, δR_{TS}):** Температура масляной ванны контролируется калиброванным термометром и составляет 23°С. Принимаются во внимание метрологические характеристики используемого термометра и градиент температур в масляной ванне, чтобы температура мер сопротивления соответствовала заданной температуре с отклонением ±0,055К. Известное значение температурного коэффициента (ТК) $5 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$ эталонной меры сопротивления дает пределы ± 2,75 мОм для отклонения от значения сопротивления, установленного при калибровке, которое определяется возможными отклонениями от заданной температуры ванны. На основании указаний производителя определяем, что ТК калибруемой меры сопротивления не должен превышать $10 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$, чтобы отклонение сопротивления калибруемой меры из-за возможных температурных отклонений оценивалось не более чем ± 5,5 мОм.

S3.6 **Измерения сопротивления (r_C):** Так как наблюдения R_{iX} и R_{iS} получены с использованием одного DMM, то их вклады в неопределенность коррелированы. Этот эффект обладает тем свойством, что отношение сопротивлений приводит к снижению вкладов неопределенностей, между тем должна приниматься во внимание только относительная разность между показаниями сопротивлений из-за систематических эффектов, таких как паразитические напряжения и разрешение прибора (см. математические ссылки в разделе S3.12). Отклонение для этого эффекта для отдельного показания оценивается ± $0{,}5 \cdot 10^{-6}$. Результирующее распределение для отношения r_C является треугольным с математическим ожиданием 1,000 000 0 и границами ± $1{,}0 \cdot 10^{-6}$.

S3.7 **Корреляция:** Входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S3.8 Наблюдения (r): Было получено пять наблюдений отношения r:

Номер	Наблюдаемое отношение
1	1,000 010 4
2	1,000 010 7
3	1,000 010 6
4	1,000 010 3
5	1,000 010 5

Среднее арифметическое значение: $\bar{r} = 1{,}0000105$

Экспериментальное стандартное отклонение: $s(r) = 0{,}158 \cdot 10^{-6}$

Стандартная неопределенность: $u(r) = s(\bar{r}) = \dfrac{0{,}158 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 0{,}0707 \cdot 10^{-6}$

S3.9 Бюджет неопределенности (R_X):

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
R_S	10000,053 Ом	2,5 мОм	нормальное	1,0	2,5 мОм
δR_D	0,020 Ом	5,8 мОм	прямоугольное	1,0	5,8 мОм
δR_{TS}	0,000 Ом	1,6 мОм	прямоугольное	1,0	1,6 мОм
δR_{TX}	0,000 Ом	3,2 мОм	прямоугольное	1,0	3,2 мОм
r_C	1,0000000	$0{,}41 \cdot 10^{-6}$	треугольное	10000 Ом	4,1 мОм
r	1,0000105	$0{,}07 \cdot 10^{-6}$	нормальное	10000 Ом	0,7 мОм
R_X	10000,178 Ом				8,33 мОм

S3.10 Расширенная неопределенность:

$$U = k \cdot u(R_X) = 2 \cdot 8{,}33\ \text{мОм} \cong 17\ \text{мОм}$$

S3.11 Полный результат измерений:

Измеренное значение сопротивления меры с номинальным значением 10 кОм при температуре измерения 23ºC и силе тока при измерении 100 мкА составило $(10000{,}178 \pm 0{,}017)$ Ом.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата $k = 2$. Она соответствует для нормального распределения отклонению от среднего с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S3.12 **Математические ссылки, касающиеся стандартной неопределенности измерения отношения показываемых значений сопротивления:** Калибруемая и образцовая меры имеют близкие по значению сопротивления. В рамках общепринятой линейной аппроксимации отклонений, значения, получаемые из показаний DMM R_{iX} и R_{iS}, выражаются как:

$$R_X' = R_{iX}\left(1+\frac{\delta R_X'}{R}\right)$$
$$R_S' = R_{iS}\left(1+\frac{\delta R_S'}{R}\right) \qquad \text{(S3.2)}$$

где R есть номинальное значение сопротивления, а $\delta R_X'$ и $\delta R_S'$ – неизвестные отклонения. Это приводит к следующему выражению для отношения сопротивлений:

$$\frac{R_X'}{R_S'} = r r_C \qquad \text{(S3.3)}$$

где отношение показаний калибруемого и образцового резисторов выражается как

$$r = \frac{R_{iX}}{R_{iS}} \qquad \text{(S3.4)}$$

а фактор поправки (линейная аппроксимация отклонений)

$$r_C = 1+\frac{\delta R_X' - \delta R_S'}{R} \qquad \text{(S3.5)}$$

На основании того факта, что разница отклонений входит в выражение (S3.5), коррелированные вклады систематических эффектов, получаемых из калибровки (внутренней шкалы) DMM, не оказывают влияния на результат. Стандартная неопределенность измерения фактора поправки определяется только через некоррелированные отклонения, которые возникают из-за паразитических эффектов и разрешения DMM. Допуская, что $u\left(\delta R_X'\right) = u\left(\delta R_S'\right) = u(\delta R')$, стандартная неопределенность измерения получается из следующего выражения:

$$u^2(r_C) = 2\frac{u^2\left(\delta R'\right)}{R^2} \qquad \text{(S3.6)}$$

S4 Калибровка концевой меры длины (КМД) с номинальной длиной 50 мм

S4.1 Калибровка КМД 0-го класса точности (ИСО 3650) с номинальной длиной 50 мм выполняется методом сравнения, используя компаратор длины и в качестве эталонной меры откалиброванную КМД такой же номинальной длины и изготовленную из такого же материала, как калибруемая. Разница в срединных длинах определяется в вертикальном положении двух КМД используя два наконечника, касающихся верхней и нижней измерительных поверхностей (двухконтактный измерительный прибор). Действительная длина l_x' калибруемой КМД связана с действительной длиной l_S' эталонной КМД формулой:

$$l'_X = l'_S + \delta l \quad \text{(S4.1)}$$

где

δl – измеренная разница длин;

l'_X и l'_S – длины КМД в реальных условиях измерения, особенно при температуре, которая из-за неопределенности измерения температуры в лаборатории может не совпадать с установленной (нормальной) температурой для измерения длины.

S4.2 Длина l_X калибруемой КМД при нормальной температуре получается из соотношения:

$$l_X = l_S + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L(\bar{\alpha} \times \delta t + \delta\alpha \times \Delta\bar{t}) - \delta l_V \quad \text{(S4.2)}$$

где

l_S – длина эталонной КМД при установленной температуре 20°С в соответствии с ее свидетельством калибровки;

δl_D – изменение длины эталонной КМД со времени ее последней калибровки вследствие дрейфа;

δl – наблюдаемая разница в длинах между калибруемой и эталонной КМД;

δl_C – поправка на нелинейность и смещение компаратора длины;

L – номинальная длина КМД;

$\bar{\alpha} = (\alpha_X + \alpha_S)/2$ – среднее значение коэффициента температурного расширения калибруемой и эталонной КМД;

$\delta t = (t_X - t_S)$ – разница в температурах между калибруемой и эталонной КМД;

$\delta\alpha = (\alpha_X - \alpha_S)$ – разница между температурными коэффициентами расширения калибруемой и эталонной КМД;

$\Delta\bar{t} = (t_x + t_s)/2 - t_0$ – отклонение средней температуры калибруемой и эталонной КМД от установленной (нормальной);

δl_V – поправка из-за контакта не в центре измерительных поверхностей калибруемой КМД.

S4.3 **Эталонная КМД (l_S):** Длина эталонной КМД и связанная с ней расширенной неопределенностью измерения указывается в свидетельстве калибровки на комплект КМД как 50,000 02 мм ± 30 нм (коэффициент охвата $k = 2$).

S4.4 **Дрейф размера эталонной КМД (δl_D):** Изменение во времени длины эталонной КМД оценивается из предыдущих калибровок значением "нуль" с максимальными от него отклонениями ± 30 нм. Общий опыт с КМД этого типа указывает на то, что значение дрейфа равное нулю является наиболее вероятным и можно принять предположение о треугольном распределении возможных отклонений.

S4.5 **Компаратор** (δl_C): Проверяется перед калибровкой, чтобы компаратор длины соответствовал установленным требованиям в руководстве EAL - G21 по калибровке КМД. Отсюда может быть установлено, что для значений разницы длин *D* до ± 10 мкм поправка к показываемой разнице длин находится в пределах $\pm(30\ \text{нм} + 0{,}02|D|)$. Учитывая допуск на калибруемую КМД 0-го класса точности и допуск на эталонную КМД класса точности К максимальная разница длин будет находиться в пределах ± 1 мкм, таким образом границы для поправки на нелинейность и смещение компаратора составят ± 32 нм.

S4.6 **Температурные поправки ($\overline{\alpha}, \delta t, \delta\alpha, \Delta\bar{t}$):** Перед калибровкой необходимо побеспокоиться, чтобы КМД приняла температуру окружающей среды. Оставшаяся разница в температурах между эталонной и калибруемой КМД оценивается максимум в пределах ± 0,05 K. На основании свидетельства калибровки эталонной КМД и данных производителя для калибруемой КМД коэффициент линейного температурного расширения стальных КМД принимается лежащим в пределах $(1{,}5 \pm 1{,}0) \times 10^{-6}$ ºC^{-1}. Для разницы в линейных коэффициентах температурного расширения при объединения двух прямоугольных распределений получается треугольное распределение с границами $\pm 2 \times 10^{-6}$ ºC^{-1}. Отклонение средней температуры измерений от установленной (нормальной) $t_0 = 20^o C$ оценивается максимально как $\pm 0{,}5$ ºC. Так как оценки разницы линейных температурных коэффициентов расширения и отклонения средней температуры от установленной (нормальной) равны нулю, то при оценивании соответствующих вкладов в неопределенность необходимо учитывать члены второго порядка. Поэтому стандартная неопределенность произведения $\delta\alpha \times \Delta\bar{t}$ в выражении (S4.2) получается как произведение стандартных неопределенностей, которые относятся к этим множителям (см. математическое примечание в параграфе S4.13, выражение (S4.5)). Окончательно это приводит к стандартной неопределенности $u(\delta\alpha \times \Delta\bar{t}) = 0{,}236 \times 10^{-6}$.

S4.7 **Контакт не в центре (δl_V):** Для КМД 0-го класса точности разница длин, определенная из измерений в центре и четырех углах, должна лежать в пределах $\pm 0{,}12$ мкм (ИСО 3650). Предполагая, что такое изменение возникает на измерительных поверхностях вдоль короткого ребра длиной 9 мм и что срединная длина измеряется внутри окружности с радиусом 0,5 мм, поправка из-за контакта не в центре оценивается максимально как $\pm 6{,}7$ нм.

S4.8 **Корреляция**: Входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S4.9 **Наблюдения (δl):** Для определения разницы между калибруемой и эталонной КМД было проведено пять наблюдений, причем перед каждым снятием отсчета компаратор вновь настраивался по эталонной КМД чтобы исключить смещение.

№	**Наблюдаемое значение, нм**
1	-100
2	-90
3	-80
4	-90
5	-100

Среднее арифметическое значение: $\overline{\delta l} = -94$ *нм*;

Суммарная оценка стандартного отклонения:
(полученная из предыдущей оценки): $s_p(\delta l) = 12$ нм;

Стандартная неопределенность: $u(\delta l) = s(\overline{\delta l}) = \dfrac{12 \text{ нм}}{\sqrt{5}} = 5{,}37$ нм

S4.10 Бюджет неопределенности (l_X):

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
l_S	50,000020 мм	15 нм	нормальное	1,0	15,0 нм
δl_D	0 мм	17,3 нм	треугольное	1,0	17,3 нм
δl	-0,000094 мм	5,37 нм	нормальное	1,0	5,37 нм
δl_C	0 мм	18,5 нм	прямоугольное	1,0	18,5 нм
δt	0°C	0,0289°C	прямоугольное	-575 нм °C^{-1}	-16,6 нм
$\delta\alpha \cdot \Delta\bar{t}$	0	$0{,}236 \cdot 10^{-6}$	специальное	50 мм	-11,8 нм
δl_V	0 мм	3,87 нм	прямоугольное	-1,0	-3,87 нм
l_X	49,999926 мм				36,4 нм

S4.11 Расширенная неопределенность

$$U = k \cdot u(l_X) = 2 \cdot 36{,}4\ нм \cong 73\ нм$$

S4.12 Полный результат измерений: Измеренное значение КМД с номинальной длиной 50 мм составляет 49,999 926 мм ± 73 нм.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата k = 2. Она соответствует для нормального распределения отклонению от среднего с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S4.13 Математические ссылки, касающиеся стандартной неопределенности произведения двух величин со значениями математического ожидания "нуль": В случае произведения двух величин со значениями математических ожиданий равными нулю, необходимо отклониться от обычной процедуры для определения вкладов в неопределенность, которая основана на линеаризации функции модели. Если множители в произведении статистически независимы друг от друга и их математические ожидания отличаются от нуля, то квадрат относительной стандартной неопределенности (относительной дисперсии), связанной с произведением может выражаться без линеаризации через квадраты относительных стандартных неопределенностей, связанных с множителями:

$$w^2(x_1 \cdot x_2) = w^2(x_1) + w^2(x_2) + w^2(x_1) \cdot w^2(x_2) \qquad \text{(S4.2)}$$

Используя определение относительной стандартной неопределенности, можно легко преобразовать это выражение в следующее:

$$u^2(x_1 \cdot x_2) = x_2^2 u^2(x_1) + x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \qquad \text{(S4.3)}$$

Если стандартные неопределенности измерения $u(x_1)$ и $u(x_2)$, относящиеся к математическим ожиданиям x_1 и x_2 существенно меньше абсолютных значений соответствующих математических ожиданий, то третьим членом в правой части выражения можно пренебречь. Результирующее выражение представляет случай обработки общепринятым методом на основании линеаризации функции модели.

Однако если одно абсолютное значение математического ожидания, например $|x_2|$, существенно меньше своей стандартной неопределенности, или даже равно нулю, то можно пренебречь слагаемым правой части выражения, содержащим это математическое ожидание, но не третьим членом правой части выражения (S4.3). Данное выражение теперь запишется в виде:

$$u^2(x_1 \cdot x_2) \cong x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \qquad \text{(S4.4)}$$

Если оба абсолютных значения математического ожидания существенно меньше их стандартных неопределенностей или даже равны нулю, то в качестве существенного вклада остается только третий член в выражении (S4.3):

$$u^2(x_1 \cdot x_2) \cong u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \qquad \text{(S4.5)}$$

S5 Калибровка термопары типа N при 1000ºC

S5.1 Термопары типа N калибруются путем сравнения с двумя эталонными термопарами типа R в горизонтальной печи при температуре 1000ºC. ЭДС, создаваемое термопарой, измеряется цифровым вольтметром через селекторный переключатель полярности. Все свободные концы термопар термостатированы при 0ºC (холодный спай). Калибруемая термопара подключается к точкам сравнения с использованием компенсационных проводов.

S5.2 Температура t_X в точке измерения (рабочий конец) калибруемой термопары составит:

$$t_X = t_S\left(V_{iS} + \delta V_{iS1} + \delta V_{iS2} + \delta V_R - \frac{\delta t_{0S}}{C_{S0}}\right) + \delta t_S + \delta t_D + \delta t_F \cong$$
$$\cong t_S(V_{iS}) + C_S \cdot \delta V_{iS1} + C_S \cdot \delta V_{iS2} + C_S \cdot \delta V_R - \frac{C_S}{C_{S0}}\delta t_{0S} + \delta t_S + \delta t_D + \delta t_F \qquad \text{(S5.1)}$$

S5.3 Напряжение V_X, возникающее в термопаре на свободных концах при 0ºC (холодный спай) при калибровке определяется:

$$V_X(t) \cong V_X(t_X) + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} =$$
$$\cong V_{iX} + \delta V_{iX1} + \delta V_{iX2} + \delta V_R + \delta V_{LX} + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} \qquad \text{(S5.2)}$$

где

$t_S(V)$ – температура эталонной термопары в точке измерения (горячий спай) при температуре свободных концов 0ºC (холодный спай) зависимости от возникающего напряжения. Функция указана в свидетельстве калибровки;

V_{iS}, V_{iX} – показываемые значения напряжения;

$\delta V_{iS1}, \delta V_{iX1}$ – поправка на напряжение из-за калибровки вольтметра;

$\delta V_{iS2}, \delta V_{iX2}$ – поправка на напряжение из-за конечного разрешения вольтметра;

δV_R – поправка на напряжение из-за контактных эффектов переключателя полярности;

$\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$ – температурная поправка из-за отклонения температуры свободных концов (холодного спая) от 0ºС;

C_S, C_X – чувствительность по напряжению эталонных и калибруемой термопар соответственно при температуре измерения 1000ºС;

C_{S0}, C_{X0} – чувствительность по напряжению эталонных и калибруемой термопар соответственно при температуре 0ºС;

δt_D – изменение значения эталонной термопары с момента ее последней калибровки из-за дрейфа;

δt_F – поправка на температуру из-за неоднородности температуры печи;

t – температура, при которой проводится калибровка термопары (точка калибровки);

$\Delta t = t - t_X$ – отклонение температуры точки калибровки от температуры печи;

δV_{LX} – поправка на напряжение из-за компенсационных проводов.

S5.4 Измеряемой величиной являются значения ЭДС калибруемой термопары при заданной температуре ее рабочего конца (горячего спая). Так как измерительный процесс складывается из двух этапов – определения температуры печи и ЭДС калибруемой термопары, – оценивание измеряемого значения и соответствующей неопределенности состоит из двух частей.

S5.5 **Эталонные термопары ($t_S(V)$):** Эталонные термопары поставляются вместе со свидетельствами калибровки, в которых указывается температура точки измерения (горячего спая) при температуре свободных концов (холодного спая) 0ºС в зависимости от напряжения на их электрических проводах. Соответствующая расширенная неопределенность измерения при 1000ºС составит U = 0,3 К (коэффициент охвата k = 2).

S5.6 **Калибровка вольтметра ($\delta V_{iS1}, \delta V_{iX1}$):** Вольтметр должен быть калиброван. Все считываемые с вольтметра значения напряжений вносят соответствующие поправки (вклады в неопределенность). В свидетельстве калибровки при напряжении менее 50 мВ указано постоянное значение расширенной неопределенности измерения U = 2,0 мкВ (коэффициент охвата k = 2).

S5.7 **Разрешение вольтметра ($\delta V_{iS2}, \delta V_{iX2}$):** 4½-разрядный цифровой микровольтметр используется в своем 10мВ-диапазоне, т.е. допустимые границы вариации каждого показания составят ± 0,5 мкВ.

S5.8 **Паразитическое напряжение (δV_R):** Остаточное паразитическое напряжение разбаланса, которое объясняется контактными напряжениями в переключателе, оценивается значением "нуль" (мкВ) с границами ± 2 мкВ.

S5.9 **Температура сравнения ($\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$):** температура в точке сравнения каждой термопары составляет 0ºС с максимальным отклонением ± 0,1 К.

S5.10 **Чувствительность по напряжению (C_S, C_X, C_{S0}, C_{X0}):** Чувствительность по напряжению термопар берется из опорной таблицы:

	1000ºС	0ºС
Эталонная термопара	$C_S = 0{,}077$ К/мкВ	$C_{S0} = 0{,}189$ К/мкВ

Калибруемая термопара	$C_X = 0{,}026$ К/мкВ	$C_{X0} = 0{,}039$ К/мкВ

S5.11 **Дрейф эталонной термопары (δt_D):** При предыдущих калибровках дрейф эталонной термопары был оценен значением "нуль" с границами ± 0,3 К.

S5.12 **Температурная неоднородность (δt_F):** Измерялся температурный градиент в печи. При 1000ºС отклонения из-за неоднородности температуры в области измерений лежат в пределах ± 1 К.

S5.13 **Компенсационные провода (δV_{LX}):** Компенсационные провода были исследованы в области от 0ºС до 40ºС. При этом разница напряжения между соединениями и термопарой оценивается в интервале ± 5 мкВ.

S5.14 **Наблюдения ($V_{iS}, t_S(V_{iS}), V_{iX}$):** Для каждой термопары было проведено четыре измерения напряжения по нижеприведенному измерительному циклу, который позволяет уменьшить эффекты температурного дрейфа в источнике тепла и термическое паразитическое напряжение

1-ый цикл:
1-ая эталонная термопара, калибруемая термопара, 2-ая эталонная термопара,
2-ая эталонная термопара, калибруемая термопара, 1-ая эталонная термопара.
Обратная полярность
2-ой цикл:
1-ая эталонная термопара, калибруемая термопара, 2-ая эталонная термопара,
2-ая эталонная термопара, калибруемая термопара, 1-ая эталонная термопара.

S5.15 Этот способ пригоден, только когда наблюдаемая разность температур между обоими эталонными термопарами не превышает ± 0,3ºС. Иначе необходимо повторить наблюдения и/или исследовать причины такой большой разницы температур.

Термопара	1-ая эталонная	калибруемая	2-ая эталонная
Показанное напряжение, исправленное	+ 10500 мкВ	+ 36245 мкВ	+ 10503 мкВ
	+ 10503 мкВ	+ 36248 мкВ	+ 10503 мкВ
	– 10503 мкВ	– 36248 мкВ	– 10505 мкВ
	– 10504 мкВ	– 36251 мкВ	– 10505 мкВ
Среднее значение напряжения	10502,5 мкВ	36248 мкВ	10504 мкВ
Температура точки измерения (горячего спая)	1000,4ºС		1000,6ºС
Температура печи		1000,5ºС	

S5.16 Для четырех показаний, снятых с каждой термопары и представленных в вышеприведенной таблице, определялось среднее значение напряжения для каждой термопары. Средние значения напряжений эталонных термопар пересчитывались в температуру с помощью указанных в их свидетельствах калибровки зависимостей температура-напряжение. Наблюдаемые значения температуры сильно коррелированны (коэффициент корреляции почти единица). Температуру печи в месте размещения калибруемой термопары оценивали средним значением оценок напряжений эталонных термопар. Аналогичным образом находится наблюдаемое значение напряжения калибруемой термопары.
При нахождении стандартных неопределенностей измерения температуры печи и напряжения калибруемой термопары, проводились предварительные измерения, и была полу-

чена серия из десяти наблюдений при равенстве рабочих температур. Неопределенности оцениваются объединенными стандартными отклонениями результатов наблюдений температуры печи и напряжения калибруемой термопары.

Стандартная неопределенность, которая относится к наблюдаемым величинам:

Значение объединенной оценки стандартного отклонения $s_p(t_S) = 0{,}10\ \text{K}$

Стандартная неопределенность измерения $u(t_S) = \dfrac{s_p(t_S)}{\sqrt{1}} = 0{,}10\ \text{K}$

Значение объединенной оценки стандартного отклонения $s_p(V_{iX}) = 1{,}6\ \text{мкВ}$

Стандартная неопределенность измерения $u(V_{iX}) = \dfrac{s_p(V_{iX})}{\sqrt{1}} = 1{,}6\ \text{мкВ}$

S5.17 Бюджет неопределенности (температура печи t_X):

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
t_S	1000,5ºC	0,10 K	нормальное	1,0	0,10 K
δV_{iS1}	0 мкВ	1,00 мкВ	нормальное	0,077 K/мкВ	0,077 K
δV_{iS2}	0 мкВ	0,29 мкВ	прямоугольное	0,077 K/мкВ	0,022 K
δV_R	0 мкВ	1,15 мкВ	прямоугольное	0,077 K/мкВ	0,089 K
δt_{0S}	0 K	0,058 K	прямоугольное	-0,407	-0,024 K
δt_S	0 K	0,15 K	нормальное	1,0	0,15 K
δt_D	0 K	0,173 K	прямоугольное	1,0	0,173 K
δt_F	0 K	0,577 K	прямоугольное	1,0	0,577 K
t_X	1000,5ºC				0,641 K

S5.18 Бюджет неопределенности (ЭДС V_X калибруемой термопары):

Стандартная неопределенность измерения, связанная с отклонением температуры точки калибровки от температуры печи, оценивается стандартной неопределенностью измерения температуры печи, так как точка калибровки является определенным (точно известным) значением.

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
V_{iX}	36248 мкВ	1,60 мкВ	нормальное	1,0	1,60 мкВ
δV_{iX1}	0 мкВ	1,00 мкВ	нормальное	1,0	1,00 мкВ
δV_{iX2}	0 мкВ	0,29 мкВ	прямоугольное	1,0	0,29 мкВ
δV_R	0 мкВ	1,15 мкВ	прямоугольное	1,0	1,15 мкВ
δV_{LX}	0 мкВ	2,9 мкВ	прямоугольное	1,0	2,9 мкВ
Δt	0,5 K	0,641 K	нормальное	38,5мкВ/K	24,7 мкВ
δt_{0X}	0 K	0,058 K	прямоугольное	-25,6мкВ/K	-1,48 мкВ
V_X	36229 мкВ				25,0 мкВ

S5.19 Расширенная неопределенность

Расширенная неопределенность температуры печи определяется как:

$$U = k \cdot u(t_X) = 2 \cdot 0{,}641\ \mathrm{K} \cong 1{,}3\ \mathrm{K}$$

Расширенная неопределенность, соответствующая значению ЭДС калибруемой термопары, составит:

$$U = k \cdot u(V_X) = 2 \cdot 25{,}0\,\text{мкВ} \cong 50\,\text{мкВ}$$

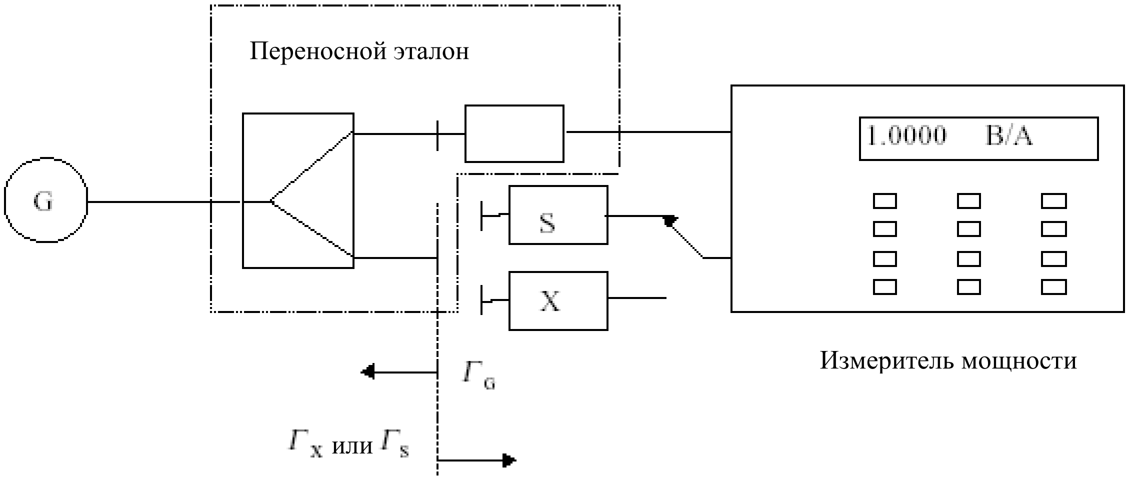
S5.20 Полный результата измерения:
ЭДС термопары типа N составила 36230 мкВ ± 50 мкВ при температуре рабочего конца 1000,0ºC и температуре свободных концов 0ºC.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата k = 2. Она соответствует для нормального распределения отклонению от среднего с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S6 Калибровка датчика мощности при частоте 18 ГГц

S6.1 При калибровке проводится сравнение высокочастотного датчика мощности с калиброванным датчиком мощности, используемым в качестве эталонного, через метод замещения с применением стабильного переносной эталона с известным маленьким коэффициентом отражения. Проводится измерение фактора калибровки, который определяется как отношение мощности падающей волны при эталонной частоте в 50 МГц к мощности падающей волны при калибруемой частоте при условии, что обе мощности падающей волны приводятся к равным выходным сигналам датчиков мощности. При калибровочной и эталонной частотах для калибруемого и эталонного датчиков соответственно отношение мощностей определяется относительно встроенного датчика в переносном эталоне с двухканальным измерителем мощности, который непосредственно показывает отношение мощностей.

S6.2 Схематическое представление измерительной системы



S6.3 Величина *K*, которая различными производителями называется "фактор калибровки", при условии равенства показаний измерителя мощности определяется как:

$$K = \frac{P_{Ir}}{P_{Ic}} = \frac{(1+|\Gamma_r|^2)P_{Ar}}{(1+|\Gamma_c|^2)P_{Ac}} \tag{S6.1}$$

где

P_{Ir}	– мощность падающей волны при эталонной частоте (50 МГц);
P_{Ic}	– мощность падающей волны при частоте калибровки;
Γ_r	– коэффициент отражения датчика при эталонной частоте;
Γ_c	– коэффициент отражения датчика при частоте калибровки;
P_{Ar}	– поглощенная мощность датчика при эталонной частоте;
P_{Ac}	– поглощенная мощность датчика при частоте калибровки.

S6.4 Фактор калибровки калибруемого датчика определяется из зависимости:

$$K_X = (K_S + \delta K_D)\frac{M_{Sr}M_{Xc}}{M_{Sc}M_{Xr}}\, p_{Cr}\, p_{Cc}\, p \tag{S6.2}$$

где

K_S	– фактор калибровки эталонного датчика мощности;
δK_D	– изменение фактора калибровки эталонного датчика мощности с момента последней калибровки из-за дрейфа;
M_{Sr}	– коэффициент рассогласования эталонного датчика при эталонной частоте;
M_{Sc}	– коэффициент рассогласования эталонного датчика при частоте калибровки;
M_{Xr}	– коэффициент рассогласования калибруемого датчика при эталонной частоте;
M_{Xc}	– коэффициент рассогласования калибруемого датчика при частоте калибровки;
p_{Cr}	– поправка на наблюдаемое отношение мощностей из-за нелинейности и

конечного разрешения измерителя мощности при эталонной частоте;

p_{Cc} – поправка на наблюдаемое отношение мощностей из-за нелинейности и конечного разрешения измерителя мощности при частоте калибровки;

$p = \dfrac{p_{Sr}\, p_{Xc}}{p_{Sc}\, p_{Xr}}$ – наблюдаемое отношение мощностей, которое включает в себя:

p_{Sr} – показываемое отношение мощностей для эталонного датчика при эталонной частоте;

p_{Sc} – показываемое отношение мощностей для эталонного датчика при частоте калибровки;

p_{Xr} – показываемое отношение мощностей для калибруемого датчика при эталонной частоте;

p_{Xc} – показываемое отношение мощностей для калибруемого датчика при частоте калибровки.

S6.5 **Эталонный датчик (K_S):** Эталонный датчик был калиброван шесть месяцев назад. В свидетельстве калибровки указано значение фактора калибровки равное (95,7 ± 1,1)% (коэффициент охвата k = 2); это значение представим в виде 0,957 ± 0,011.

S6.6 **Дрейф эталонного датчика (δK_D):** Дрейф фактора калибровки эталонного датчика оценен на основании ежегодной калибровки как –0,002 в год с отклонением ± 0,004. Из этого значения определяем дрейф эталонного датчика, который калибровался полгода назад, как –0,001 с максимальным отклонением ± 0,002.

S6.7 **Линейность и разрешение измерителя мощности (p_{Cr}, p_{Cc}):** Расширенная неопределенность, связанная с показаниями измерителя мощности из-за его нелинейности, составит 0,002 (коэффициент охвата k = 2) и 0,0002 (коэффициент охвата k = 2) при отношении мощностей на уровне эталонной частоты и при отношении мощностей на уровне частоты калибровки соответственно. Эти величины были определены из предыдущих измерений. Так как один и тот же измеритель мощности использовался для получения наблюдений p_{Cr} и p_{Cc}, то вклады в неопределенность при эталонной частоте и частоте калибровки будут коррелированны. Отношения мощностей определялись при разных частотах, чтобы уменьшить неопределенность измерения из-за эффекта корреляции. Поэтому должна приниматься во внимание только относительная разность в показаниях для компенсации систематических эффектов (смотри математические ссылки в разделе S3.12). Это приводит к тому, что стандартная неопределенность, связанная с поправкой p_{Cr}, равна 0,00142 и стандартная неопределенность, связанная с поправкой p_{Cc}, равна 0,000142.

Указанная расширенная неопределенность показаний измерителя мощности включает эффекты из-за нелинейности и разрешения. Эффекты из-за нелинейности будут коррелированны, в то время как эффекты из-за разрешения не коррелированны. Как показано в S3.12, формирование отношения мощностей ликвидирует влияние корреляции и дает уменьшенную стандартную неопределенность, связанную с данным отношением мощностей. Однако в вышеприведенном расчете не известны по отдельности коррелированные и некоррелированные вклады и указанные значения являются верхними границами для стандартной неопределенности отношения мощностей. В заключение бюджет неопределенности показывает, что вклады неопределенностей отношения мощностей являются незначительными, т.е. приближение является обоснованным.

S6.8 **Коэффициент рассогласования (M_{Sr}, M_{Sc}, M_{Xr}, M_{Xc}):** Так как система переносного эталона не в полной мере согласована и фаза коэффициента отражения переносного эталона, калибруемого и эталонного датчиков мощности не известна, то существует неопределенность из-за возможного рассогласования для каждого датчика при эталонной частоте и частоте калибровки. Соответствующие границы отклонений определяются как для эталонной частоты, так и для частоты калибровки по следующему выражению:

$$M_{S,X} = 1 \pm 2|\Gamma_G| \cdot |\Gamma_{S,X}| \qquad \text{(S6.3)}$$

Величины коэффициентов отражения переносного эталона, калибруемого и эталонного датчиков мощности будут следующими:

	50 МГц	18 ГГц
$\lvert\Gamma_G\rvert$	0.02	0.07
$\lvert\Gamma_S\rvert$	0.02	0.10
$\lvert\Gamma_X\rvert$	0.02	0.12

Распределение вероятностей отдельного вклада является U-образным. Это учитывается тем, что при вычислении дисперсии через квадрат полуширины установленных границ коэффициент 1/3 в выражении для прямоугольного распределения заменяется на коэффициент 1/2 для действительного распределения U-формы. Поэтому стандартная неопределенность измерения из-за рассогласования равна:

$$u(M_{S,X}) = \frac{2|\Gamma_G| \cdot |\Gamma_{S,X}|}{\sqrt{2}} \qquad \text{(S6.4)}$$

Примечание: значения коэффициентов отражения являются результатами измерений, которые сами обладают неопределенностью. Это принимается во внимание суммированием квадратного корня из суммы квадратов неопределенностей измерения и квадратов измеренных значений.

S6.9 **Корреляция:** Входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S6.10 **Наблюдения:** Было получено три независимых показания. Для того, чтобы учесть повторяемость из-за соединительных линий, как эталонный, так и калибруемый датчики присоединялись к переносному эталону, а затем снова отсоединялись.

Для расчета наблюдаемых отношений мощностей p использовались следующие показания измерителя мощности:

Номер наблюдения	p_{Sr}	p_{Sc}	p_{Xr}	p_{Xc}	p
1	1,0001	0,9924	1,0001	0,9698	0,9772
2	1,0000	0,9942	1,0000	0,9615	0,9671
3	0,9999	0,9953	1,0001	0,9792	0,9836

Среднее арифметическое значение: $\bar{p} = 0{,}9760$

Экспериментальное стандартное отклонение: $s(p) = 0{,}0083$

Стандартная неопределенность измерения: $u(p) = s(p) = \frac{0,0083}{\sqrt{3}} = 0,0048$

S6.11 Бюджет неопределенности (K_X):

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
K_S	0,957	0,0055	нормальное	0,976	0,00537
δK_D	-0,001	0,0012	прямоугольное	0,976	0,00113
M_{Sr}	1,000	0,0006	U-формы	0,933	0,00053
M_{Sc}	1,000	0,0099	U-формы	-0,933	0,00924
M_{Xr}	1,000	0,0006	U-формы	-0,933	-0,00053
M_{Xc}	1,000	0,0119	U-формы	0,933	0,01110
p_{Cr}	1,000	0,0014	нормальное	0,933	0,00131
p_{Cc}	1,000	0,0001	нормальное	0,933	0,00013
p	0,976	0,0048	нормальное	0,956	0,00459
K_X	0,933				0,01619

S6.12 Расширенная неопределенность

$$U = k \cdot u(K_X) = 2 \cdot 0,0162 \cong 0,032$$

S6.13 Полный результата измерения:

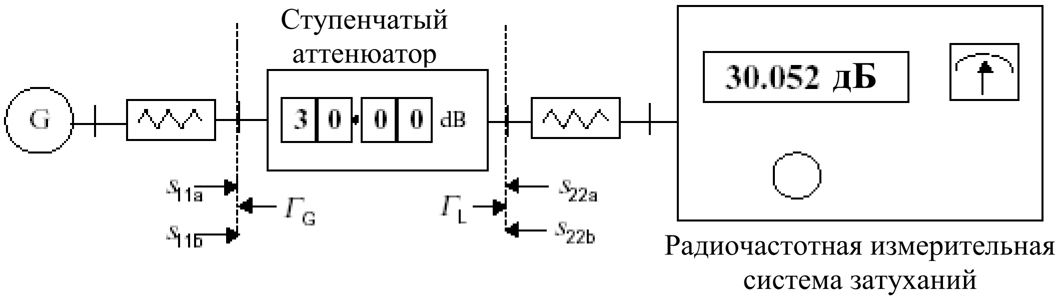
Фактор калибровки датчика мощности при 18 ГГц составит 0,933 ± 0,032. Представим это значение в форме (93,3 ± 3,2)%.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата k = 2. Она соответствует для нормального распределения отклонению от среднего с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S7 Калибровка ступенчатого коаксиального аттенюатора для ослабления 30 дБ

S7.1 Калибровка ступенчатого коаксиального аттенюатора осуществляется при 10 ГГц с помощью измерительной системы затухания, которая содержит калиброванный ступенчатый аттенюатор, выступающий в роли эталона. Метод измерения заключается в установлении затухания между согласованным источником и согласованной нагрузкой. Калибруемый ступенчатый аттенюатор может устанавливаться в диапазоне от 0 дБ до 30 дБ, при этом определяется значение затухания для установленной ступени. Измерительная система затухания имеет цифровой отсчет для значений затухания и аналоговый индикатор нуля для установления условия баланса.

S7.2 Схематическое представление измерительной системы



S7.3 Затухание L_X калибруемого ступенчатого аттенюатора определяется из зависимости:

$$L_X = L_S + \delta L_S + \delta L_D + \delta L_M + \delta L_K + \delta L_{ib} - \delta L_{ia} + \delta L_{0b} - \delta L_{0a} \qquad \text{(S7.1)}$$

где

$L_S = L_{ib} - L_{ia}$ – разница затуханий эталонного ступенчатого аттенюатора, состоящая из:

L_{ia} – показанного значения затухания калибруемого ступенчатого аттенюатора, установленного на 0 дБ;

L_{ib} – показанного значения затухания калибруемого ступенчатого аттенюатора, установленного на 30 дБ;

δL_S – поправка из-за калибровки эталонного ступенчатого аттенюатора;

δL_D – поправка из-за дрейфа, обусловленного изменением значений затухания эталонного ступенчатого аттенюатора с момента последней калибровки;

δL_M – поправка на потери из-за рассогласования;

δL_K – поправка из-за перекрестной модуляции ***(или «из-за дефектов изоляции», или «на рассеяние сигнала»)*** между входом и выходом калибруемого аттенюатора;

$\delta L_{ia}, \delta L_{ib}$ – поправка из-за конечного разрешения эталонного датчика в диапазоне от 0 дБ до 30 дБ;

$\delta L_{0a}, \delta L_{0b}$ – поправка из-за конечного разрешения индикатора нуля в диапазоне от 0 дБ до 30 дБ.

S7.4 **Эталонный ступенчатый аттенюатор (δL_S):** В свидетельстве калибровки на эталонный ступенчатый аттенюатор дано значение затухания 30,003 дБ при установке 30,000 дБ на 10 ГГц с соответствующей расширенной неопределенностью измерения 0,005 дБ (коэффициент охвата k = 2). Поправка + 0,003 дБ с соответствующей расширенной неопределенностью измерения 0,005 дБ (коэффициент охвата k = 2) установлена для значений затухания эталонного ступенчатого аттенюатора, которые отличаются не более чем на ± 0,1 дБ от установленного при калибровке значения 30,000 дБ.

S7.5 **Дрейф эталона (δL_D):** Дрейф значений затухания эталонного ступенчатого аттенюатора оценивается на основании практики его калибровки значением "нуль" с максимальными отклонениями ± 0,002 дБ.

S7.6 **Потеря из-за рассогласования (δL_M):** Коэффициенты отражения источника и нагрузки в месте расположения калибруемого ступенчатого аттенюатора можно оптимизировать через подбор импедансов к насколько возможно малым величинам. Проводится измерение этих величин и величин коэффициентов рассеяния калибруемого ступенчатого аттенюатора, однако их фаза остается неизвестной. Без информации о фазе нельзя получить поправку для ошибки рассогласования; стандартная неопределенность (в дБ) из-за неполного знания о согласовании определяется по нижеприведенному выражению [1]:

$$u(\delta L_M) = \frac{8{,}686}{\sqrt{2}} \sqrt{|\Gamma_\mathrm{S}|^2 \left(|s_{11a}|^2 + |s_{11b}|^2\right) + |\Gamma_\mathrm{L}|^2 \left(|s_{22a}|^2 + |s_{22b}|^2\right) + |\Gamma_\mathrm{S}|^2 \cdot |\Gamma_\mathrm{L}|^2 \left(|s_{21a}|^4 + |s_{21b}|^4\right)} \qquad \text{(S7.2)}$$

с коэффициентами отражения нагрузки и источника

$\Gamma_\mathrm{L} = 0{,}03$ и $\Gamma_\mathrm{S} = 0{,}03$

и коэффициентами рассеяния калибруемого шагового аттенюатора (на 10 ГГц)

	0 дБ	30 дБ
s_{11}	0.05	0.09
s_{22}	0.01	0.01
s_{21}	0.95	0.031

что дает стандартную неопределенность измерения $u(\delta L_M) = 0{,}02$ дБ.

Примечание: значения коэффициентов рассеяния и отражения являются результатами измерения. Поэтому они сами не точно известны. Это учитывается через сложение квадратного корня из суммы квадратов стандартных неопределенностей измерения и квадратов соответствующих измеренных значений.

S7.7 **Поправка на перекрестную модуляцию (δL_K):** Перекрестная модуляция в калибруемом аттенюаторе из измерений при установке 0 дБ оценивается по крайней мере на 100 дБ меньше, чем измерительный сигнал. Поправка из-за перекрестной модуляции (рассеяния сигналов) при установке 30 дБ оценивается из этих данных в пределах ± 0,003 дБ.

S7.8 **Разрешение установки эталонного ступенчатого аттенюатора (δL_{ia}, δL_{ib}):** Цифровой отсчет эталонного ступенчатого аттенюатора имеет разрешение 0,001 дБ и отсюда поправка на разрешение оценивается в пределах ± 0,0005 дБ.

S7.9 **Разрешение индикатора нуля (δL_{0a}, δL_{0b}):** Разрешение индикатора нуля для приборов измеряющих затухание установлено при предыдущих измерениях. При предположении нормального закона распределения установлено стандартное отклонение для каждого показания 0,002 дБ.

S7.10 **Корреляция:** Входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S7.11 **Наблюдения (L_S):** Для ступени затухания в 30 дБ было получено четыре наблюдения при установке калибруемого ступенчатого аттенюатора на 0 дБ и на 30 дБ:

Номер наблюдения	Наблюдаемое значение при	
	установка 0 дБ	установка 30 дБ
1	0,000 дБ	30,033 дБ
2	0,000 дБ	30,058 дБ
3	0,000 дБ	30,018 дБ
4	0,000 дБ	30,052 дБ

Среднее арифметическое значение: $\overline{L}_S = 30{,}040$ дБ

Экспериментальное стандартное отклонение: $s(L_S) = 0{,}018$ дБ

Стандартная неопределенность измерения: $u(\overline{L}_S) = s(\overline{L}_S) = \dfrac{0{,}018\ \text{дБ}}{\sqrt{4}} = 0{,}009$ дБ

S7.12 Бюджет неопределенности (L_X):

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
L_S	30,040 дБ	0,0090 дБ	нормальное	1,0	0,0090 дБ
δL_S	0,003 дБ	0,0025 дБ	нормальное	1,0	0,0025 дБ
δL_D	0 дБ	0,0011 дБ	прямоугольное	1,0	0,0011 дБ
δL_M	0 дБ	0,0200 дБ	прямоугольное	1,0	0,0200 дБ
δL_K	0 дБ	0,0017 дБ	прямоугольное	1,0	0,0017 дБ
δL_{ia}	0 дБ	0,0003 дБ	прямоугольное	-1,0	-0,0003 дБ
δL_{ib}	0 дБ	0,0003 дБ	прямоугольное	1,0	0,0003 дБ
δL_{0a}	0 дБ	0,0020 дБ	нормальное	-1,0	-0,0020 дБ
δL_{0b}	0 дБ	0,0020 дБ	нормальное	1,0	0,0020 дБ
L_X	30,043 дБ				0,0224 дБ

S7.13 Расширенная неопределенность

$$U = k \cdot u(L_X) = 2 \cdot 0{,}0224\ \text{дБ} \cong 0{,}045\ \text{дБ}$$

S7.14 Полный результата измерения:
Измеренное значение шагового аттенюатора при установке на 30 дБ при 10 ГГц составило (30,043 ± 0,045) дБ.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата $k = 2$. Она соответствует для нормального распределения отклонению от среднего с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S7.15 Литературные ссылки

[1] Harris I.A., Warner F.L. Re-examination of mismatch uncertainty when measuring microwave power and attenuation. In: IEE Proc., Vol. 128, Pt. H, No 1, Febr. 1981 (Наррис И.А., Варнер Ф.Л.: Повторное исследование неопределенности рассогласования при измерении мощности и затухания микроволн)

ДОПОЛНЕНИЕ 2

Дополнительные примеры

СОДЕРЖАНИЕ

S8 Введение

S8.1 Следующие примеры были выбраны для наглядной демонстрации метода оценки неопределенности измерений. Они дополняют примеры, приведенные в Приложении 1 к EA-4/02 (ранее EAL-R2) (Издание 1, ноябрь 1997). Представленные здесь примеры сконцентрированы на ситуациях, когда один или два вклада в неопределенность измерения доминируют или когда число повторных измерений мало.

S8.2 Выбранные примеры иллюстрируют ситуации, встречающиеся на практике. Однако следует подчеркнуть, что при практическом применении нет необходимости проходить через математические выводы, указанные в этих примерах, особенно в математических примечаниях, дополняющих некоторые из них. Пользователю рекомендуется использовать результаты теоретических изложений, после его ознакомления с условиями, которые должны соблюдаться. Например, если для данной ситуации установлено, что результат измерения имеет прямоугольное распределение (как будет в случае, когда только один вклад, имеющий прямоугольное распределение, может приниматься во внимание при использовании закона распространения неопределенностей), можно сделать заключение об использовании коэффициент охвата $k = 1{,}65$, соответствующего вероятности охвата 95% (см. S9.14).

S8.3 Основной вывод, который можно сделать для распространения неопределенностей: в случае только одного доминирующего вклада вид распределения этого вклада может приписываться результату измерения. Однако, как обычно, для оценки неопределенности результата измерения нужно использовать соответствующий коэффициент чувствительности.

S8.4 Добавим, что ситуации, когда есть только один или несколько доминирующих вкладов в неопределенность измерения, часто встречаются в связи с простыми измерительными приборами, где доминирующие вклады часто определяются предельным разрешением прибора. Может поэтому появляется парадокс, что рассмотрение неопределенности измерения для простых приборов – как показано в примерах этого приложения – более сложное, чем рассмотрение большинства ранее представленных примеров в Приложении 1. Однако следует принять во внимание, что математические производные, которые могут быть сложными для понимания, приведены с познавательной целью в местах, где они необходимы, вместо представления их в основном документе.

S8.5 Примеры основаны на проектах, подготовленных группой экспертов Европейской организации по аккредитации (EA). Эти проекты упрощенны и согласованны, чтобы сделать их понятными для сотрудников лаборатории во всех областях калибровки. Мы надеемся, что эта группа примеров, как и предыдущая, опубликованная в Приложении 1 к EAL-R2, будет способствовать лучшему пониманию деталей формирования модели оценивания и согласованию процесса оценивания неопределенности измерения независимо от области калибровки.

S8.6 Вклады в неопределенность и значения, приведенные в примерах, не представляют собой обязательные или типичные требования. Лаборатории должны определять вклады в неопределенность на основании функциональной модели, которую они используют при обработке результатов проводимой ими калибровки, и которую указывают в выдаваемых свидетельствах калибровки для установления неопределенности измерений.

S8.7 Примеры приведены в соответствии с общепринятой схемой, которая представлена для ознакомления в первом Приложении к EAL-R2. Подробности читатель найдет в разделе S1.4 этого документа.

S8.8 Анализ неопределенности в примерах проведен для представления основ конкретного процесса измерения и метода нахождения результатов измерения и соответствующих неопределенностей. Чтобы обеспечить ясность анализа также для тех, кто не является экспертом в упомянутых областях метрологии, была сформирована унифицированная номенклатура для выбора символов величин, относящаяся больше к физическим аспектам, чем к различным областям общепринятой практики.

S8.9 В большинстве случаев некоторые величины подобного характера встречаются повторно. Одни из них являются измеряемыми, т.е. величинами, полученными при измерениях, другие – величинами, которые определяются рабочими эталонами, воспроизводящими локальную единицу; с этими величинами сравниваются измеряемые. Наряду с этими двумя величинами во всех случаях существуют еще другие, которые выполняют роль дополнительной локальной величины или поправки.

S8.10 Поправки описывают несоответствия между измеряемыми величинами и результатом измерения. Некоторые поправки получают через полное представление результата измерения, т.е. измеренное значение и соответствующую неопределенность измерения. Для других распределение величин предполагается на основании более или менее полных знаний о их природе. В большинстве случаев это приведет к оценке предельных значений для неизвестных отклонений.

S8.11 В определенных случаях величины, определяемые рабочими эталонами, характеризуются через номинальное значение эталона. Поэтому номинальные значения, которые, вообще говоря, характеризуют или идентифицируют объекты калибровки, зачастую входят в анализ неопределенности.

S8.12 С целью различия математических моделей оценок между этими концепциями примеры оформлены в соответствии с правилами обозначений, приведенными ниже. Однако очевидно, что невозможно точно следовать этим правилам, потому что практика применения символов различна в различных областях метрологии.

S8.13 Приведенные здесь обозначения различаются между главными значениями, номинальными значениями, поправками и граничными значениями:

Главные значения – это измеренные или наблюдаемые значения, которые составляют существенную часть значения измеряемой величины. Они обозначаются курсивными строчными буквами; если величина определяется через разность, то перед ней ставится прописная греческая буква «дельта».

ПРИМЕР:
t_{iX} – температура, показанная калибруемым термометром X (индекс *i* обозначает показание);
Δl – наблюдаемая разница длин при перемещении измерительного шпинделя.

Номинальное значение является установленным значением при реализации величины эталоном или измерительным прибором. Это приближенные к измеряемой величине значения, которые составляют основную часть определяемой величины. Они обозначаются через курсивные прописные буквы.

ПРИМЕР:
L – номинальная длина калибруемых концевых мер.

Поправки определяют наименьшее отклонение от главных значений, которые известны или должны быть оценены. В большинстве случаев они аддитивны. Они обозначаются через символы, выбранные для рассматриваемых величин, перед которыми ставится маленькая греческая буква «дельта».

ПРИМЕР:

δm_{D} – возможное отклонение из-за дрейфа значения эталонной гири с момента последней калибровки;
δm_{C} – поправка на эксцентриситет нагрузки и магнитные эффекты при калибровке гири.

Граничные значения оцениваются как постоянные, характеризующие область, в которой могут находиться неизвестные значения величины. Они обозначаются через символы, выбранные для рассматриваемых величин, перед которыми ставится большая греческая буква "дельта".

ПРИМЕР:

$\Delta\alpha_{\mathrm{X}}$ – оцененная полуширина интервала возможных отклонений линейного температурного коэффициента сопротивления, который указывается в спецификации производителя на калибруемый резистор.

Как показано в примерах, различия между разными величинами одного вида обозначаются через индексы. При этом можно пользоваться международно согласованным правилом обозначения для физических величин: индексы, обозначающие физические величины, пишутся курсивом; индексы, обозначающие объекты, приборы и т.п., пишутся прямым шрифтом.

S8.14 Эталонное значение обозначается через символ величины с индексом ноль.

ПРИМЕР:

p_0 – эталонное давление, например в 1000 мбар

S8.15 Отношения величин одного вида (безразмерные отношения) обозначаются курсивными строчными буквами.

ПРИМЕР:

$r = R_{iX} / R_{iN}$ – отношение показанных значений сопротивления неизвестным резистором и эталонным резистором (индекс *i* обозначает показания).

S8.16 При употреблении нескольких индексов их последовательность выбирается так, чтобы индекс, обозначающий общее понятие, стоял слева, а индекс, обозначающие специальные понятия – справа.

ПРИМЕР:

V_{i1}, V_{i2} – напряжение, показываемое вольтметрами 1 и 2, соответственно (индекс *i* обозначает показания).

S8.17 Намечено продлить примеры данного второго дополнения к EAL-R2 последующими, иллюстрирующими различные аспекты, возникающие в связи с калибровкой измерительных приборов. Примеры можно найти также в EAL и Руководящих документов EA[1], посвященных калибровке определенных видов измерительного оборудования.

S9 Калибровка портативного цифрового мультиметра в точке диапазона 100 В

S9.1 Как часть общей калибровки, портативный цифровой мультиметр (ПЦМ) калибруется при подаче входного напряжения постоянного тока величиной 100 В с использованием многофункционального калибратора в качестве рабочего эталона. Используется следующая процедура измерения:

(1) выходные клеммы калибратора соединяются с входными клеммами мультиметра, используя подходящие измерительные провода.

(2) калибратор устанавливается на 100 В, и после необходимого периода стабилизации снимаются показания.

(3) отклонение показаний ПЦМ рассчитывается, используя показания ПЦМ и параметры настройки калибратора.

S9.2 Необходимо отметить, что отклонение показаний ПЦМ, полученное с помощью такой процедуры измерения, включает эффект смещения и отклонение от линейности.

S9.3 Отклонение показаний калибруемого мультиметра E_x состоит из

$$E_X = V_{iX} - V_S + \delta V_{iX} - \delta V_S \qquad \text{(S9.1)}$$

где

V_{iX} – напряжение, показанное мультиметром (индекс i означает показание);

V_S – напряжение, генерируемое калибратором;

δV_{iX} – поправка показанного напряжения для конечного разрешения ПЦМ;

δV_S – поправка напряжения калибратора из-за:

(1) его дрейфа со времени последней калибровки,

(2) отклонения из-за комбинированного эффекта смещения, нелинейности и разницы коэффициентов усиления,

(3) отклонения в температуре окружающей среды,

(4) отклонения в напряжении сети,

(5) эффекта недостаточно тщательной настройки из-за конечного входного сопротивления калибруемого ПЦМ.

S9.4 Из-за ограниченной разрешающей способности индикации ПЦМ не наблюдалось рассеивания в показываемых значениях.

S9.5 **Показания мультиметра** (V_{iX}): ПЦМ показывает напряжение 100,1 В при установлении на калибраторе 100 В. Показания принимаются как точные (см. S9.4).

S9.6 **Рабочий эталон** (V_S): В свидетельстве калибровки на многофункциональный калибратор указано, что сгенерированное напряжение есть значение, показанное настроенным калибратором, и что связанная с ним относительная расширенная неопределенность измерения составляет $W = 0{,}00002$ (коэффициент охвата k = 2), что дает при установке 100 В расширенную неопределенность измерения $U = 0{,}002$ В (коэффициент охвата k = 2).

S9.7 **Разрешающая способность калибруемого ПЦМ (δV_{iX}):** Наименьший значимый раз-

[1] EAL-G26, Калибровка прессовых весов
EAL-G31, Калибровка термопар
EAL-G32, Измерение и генерация малых вольтметров переменного тока с индуктивным делителем напряжения
EA-10/10, EA Руководство по определению диаметра делительной окружности цилиндрической резьбы калибра при механическом исследовании

ряд табло ПЦМ соответствует разрешающей способности 0,1 В. Каждое показание ПЦМ имеет поправку из-за конечной разрешающей способности дисплея, которая оценивается как 0,0 В с границами $\pm 0{,}05$ В (то есть половина величины наименьшего значимого разряда).

S9.8 **Другие поправки (δV_S):** Так как не имеется индивидуальных данных, неопределенность измерения, связанную с различными источниками, получают из спецификаций изготовителя калибратора. Эти спецификации устанавливают, что сгенерированное калибратором напряжение совпадает с установленным на калибраторе в пределах $\pm(0{,}0001V_S + 1\,\text{мВ})$[2] при соблюдении условий измерения:

(1) температура окружающей среды лежит в диапазоне от 18°C до 23°C,
(2) напряжение питания сети калибратора находится в диапазоне от 210 В до 250 В,
(3) сопротивление нагрузки на клеммах генератора более чем 100 кОм,
(4) время, прошедшее с момента последней калибровки калибратора, не более года.

Так как эти условия измерения выполнены, и практика калибровки калибратора показывает, что на спецификацию изготовителя можно полагаться, поправка, которую нужно применить к сгенерированному калибратором напряжению, принимается 0,0 В в пределах $\pm 0{,}011$ В.

S9.9 **Корреляции:** Входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S9.10 **Бюджет неопределенности** (E_X):

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
V_{iX}	100,1 В	-	-	-	-
V_S	100 В	0,001 В	нормальный	-1,0	-0,001 В
δV_{iX}	0,0 В	0,029 В	прямоугольный	1,0	0,029 В
δV_S	0,0 В	0,0064 В	прямоугольный	-1,0	-0,0064 В
E_X	0,1 В				0,030. В

S9.11

Расширенная неопределенность

В стандартной неопределенности измерения, связанной с результатом измерения, доминирует эффект из-за конечной разрешающей способности ПЦМ. Конечное распределение не является нормальное, а по существу прямоугольной формы. Следовательно, метод эффективных степеней свободы, описанный в

[2] Широко распространенный метод для представления характеристик точности средств измерений в перечне технических данных или в руководстве по применению состоит в том, что границы характеристики указываются на основании "настройки". Для калибратора эти данные были бы ± (0,01%·настройки + 1 мВ). Даже если такой метод рассматривается эквивалентным по сравнению с указанными выше данными, здесь он не применяется, так как он в большинстве случае может ввести в заблуждение и не представляет выражение физических величин в соответствии с признанной на международном уровне системой обозначений.

Приложении Д к EAL-R2 не применим. Коэффициент охвата, соответствующий прямоугольному распределению, вычислен из выражения (S9.8) в математическом примечании S9.14.

$$U = k \cdot u(E_X) = 1{,}65 \cdot 0{,}030\ \text{В} \cong 0{,}05\ \text{В}$$

S9.12 Полный результат измерения

Измеренное отклонение показаний портативного цифрового мультиметра при 100 В составляет (0,10 ± 0,05) В.

Указанная расширенная неопределенность измерения получена умножением стандартной неопределенности измерения на коэффициент охвата $k = 1{,}65$. Она соответствует предполагаемому прямоугольному распределению с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S9.13 Дополнительные комментарии: Метод, используемый для вычисления коэффициента охвата, тесно связан с тем фактом, что в неопределенности измерения, связанной с результатом измерения, доминирует вклад из-за конечной разрешающей способности ПЦМ. Это будет справедливо при калибровке всех показывающих цифровых приборов с низкой разрешающей способностью при условии, что конечная разрешающая способность – единственный доминирующий источник в бюджете неопределенности.

S9.14 Математическое примечание

Если ситуация измерения такова, что один из вкладов в неопределенность в бюджете может быть идентифицирован как доминирующий, например, вклад с индексом 1, то стандартная неопределенность, связанная с результатом измерения *y*, может быть записана как

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_R^2(y)} \qquad \text{(S9.2)}$$

Здесь

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^{N} u_i^2(y)} \qquad \text{(S9.3)}$$

обозначает общий вклад в неопределенность не доминирующих источников. Пока отношение общего вклада в неопределенность $u_R(y)$ не доминирующих источников к доминирующему вкладу в неопределенность $u_1(y)$ не больше, чем 0,3, формула (S9.2) может быть аппроксимирована как:

$$u(y) \cong u_1(y) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u_R(y)}{u_1(y)} \right)^2 \right] \qquad \text{(S9.4)}$$

Относительная ошибка аппроксимации меньше, чем $1 \cdot 10^{3}$. Из-за коэффициента, заключенного в скобки в формуле (S9.4) максимальное относительное изменение стандартной неопределенности составляет не больше, чем 5%. Это значение находится внутри принятого интервала для математического округления неопределенности измерения.

Согласно этим предположениям, распределение значений, которое могло бы быть приемлемо приписано измеряемой величине, является по существу идентичным с распределением известного доминирующего вклада. Из известной плотности распределения $\varphi(y)$ может быть определена вероятность охвата *p* для любого значения расширенной неопределенности измерения U, используя интегральное соотношение:

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y')dy' \qquad \text{(S9.5)}$$

Обратное выражение от этого соотношения приводит к расширенной неопределенности измерения, как функции от вероятности охвата $U = U(p)$ для данной плотности распределения $\varphi(y)$. Используя эту связь, коэффициент охвата может быть окончательно выражен как:

$$k(p) = \frac{U(p)}{u(y)} \qquad \text{(S9.6)}$$

В случае портативного цифрового мультиметра доминирующий вклад в неопределенность, из-за конечной разрешающей способности индикации, составляет $u_{\delta V_X}(E_X) = 0{,}029$ В, в то время как общий вклад в неопределенность не доминирующих источников составляет $u_R(E_X) = 0{,}0064$ В. Соответствующее отношение будет $u_R(E_X)/u_{\delta V_X}(E_X) = 0{,}22$. Таким образом, результирующее распределение значений, которое приемлемо может быть приписано отклонению показаний, по существу является прямоугольным. Вероятность охвата для прямоугольного распределения линейно связана с расширенной неопределенностью измерения соотношением (a – половина ширины интервала прямоугольного распределения):

$$p = \frac{U}{a} \qquad \text{(S9.7)}$$

Решение этого уравнения относительно расширенной неопределенности измерения U и подстановка результата вместе с выражением стандартной неопределенности измерения для прямоугольного распределения согласно выражения (3.8) EAL-R2 окончательно дает соотношение:

$$k(p) = p\sqrt{3} \qquad \text{(S9.8)}$$

Таким образом, для вероятности охвата $p = 95\%$, используемой в EA, соответствующий коэффициент охвата составляет $k = 1{,}65$.

S10 Калибровка штангенциркуля

S10.1 Стальной штангенциркуль калибруется с применением стальных концевых мер 1-го класса, которые служат в качестве рабочего эталона. Диапазон измерения штангенциркуля составляет от 0 до 150 мм. Разрешение составляет 0,05 мм (значение цены деления основной шкалы составляет 1 мм, значение цены деления нониуса – 1/20 мм). При калибровки используются несколько концевых мер с номинальными длинами в диапазоне 0,5 – 150 мм. Они выбираются таким образом, чтобы точки измерения лежали приблизительно на равном расстоянии друг от друга (например, 0 мм, 50 мм, 100 мм, 150 мм), но составляли различные значения шкалы нониуса (например, 0,0 мм, 0,3 мм, 0,6 мм, 0,9 мм).

В примере рассматривается калибровка точка 150 мм для измерения наружных размеров. Перед калибровкой многократно контролировалось состояние штангенциркуля. Этот контроль касался зависимости результата измерения от расстояния объекта измерения до направляющей штангенциркуля (ошибки Аббе), качества измерительных поверхностей пяток штангенциркуля (плоскостность, параллельность, перпендикулярность) и функционирования механизмов крепления.

S10.2 Отклонение показания E_X штангенциркуля при заданной температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$ получается из зависимости:

$$E_X = l_{iX} - l_S + L_S \cdot \overline{\alpha} \cdot \Delta t + \delta l_{iX} + \delta l_M \qquad \text{(S10.1)}$$

где

- l_{iX} – показания штангенциркуля;
- l_S – длина используемой концевой меры;
- L_S – номинальное значение используемой концевой меры;
- $\overline{\alpha}$ – средний коэффициент теплового расширения материалов штангенциркуля и концевой меры;
- Δt – разница температур между штангенциркулем и концевой мерой;
- δl_{iX} – поправка на конечное разрешение штангенциркуля;
- δl_M – поправка на механические эффекты, такие как существующее измерительное усилие, ошибки Аббе, отклонения от плоскостности и параллельности измерительных поверхностей.

S10.3 **Рабочие эталоны (l_S, L_S):** Длины используемых в качестве рабочих эталонов концевых мер длины вместе с соответствующими расширенными неопределенностями указываются в свидетельстве калибровки. Это свидетельство подтверждает, что концевые меры длины соответствуют требованиям на концевые меры длины 1-го класса согласно DIN EN ISO 3650, т.е. что средняя длина концевой меры соответствует номинальной длине в пределах $\pm 0{,}08$ мм . Номинальная длина концевой меры применяется без поправки к ее действительной длине, причем предельные границы принимаются как верхняя и нижняя границы области изменчивости.

S10.4 **Температура (Δt и $\overline{\alpha}$):** Через время, достаточное для стабилизации, температура штангенциркуля и концевых мер длины должна находиться в пределах $\pm 2^\circ\text{C}$. Средний коэффициент теплового расширения принимается равным $11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{K}^{-1}$ (неопределенность среднего теплового коэффициента расширения и разности тепловых коэффициентов расширения не принята во внимание; их влиянием в этом случае можно пренебречь. См. EAL-R2-S1, пример S4).

S10.5 **Разрешение штангенциркуля (δl_{iX}):** Цена деления шкалы нониуса составляет 0,05 мм. Поэтому предполагается, что вариация считываемых значений из-за конечного разрешения подчиняется прямоугольному распределению с полушириной интервала ± 25 мкм.

S10.6 **Механические эффекты (δl_M):** Эти эффекты включают применяемое измерительное усилие, ошибки Аббе и зазор между направляющей и движущейся измерительной пяткой. Дополнительные эффекты могут возникать, когда измерительные поверхности пяток не достаточно плоские, не параллельны друг другу и не перпендикулярны к направляющим. Минимизировать затраты можно, приняв во внимание только общую область возможных отклонений, лежащую в интервале ± 50 мкм.

S10.7 **Корреляция:** входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S10.8 **Измерения (l_{iX}):** Измерения повторялись многократно без определения разброса наблюдений. Следовательно, неопределенность из-за ограниченного числа повторных наблюдений, не вносит вклада. Результат измерения для 150-тимиллиметровой концевой меры длины составил 150,10 мм.

S10.9 Бюджет неопределенности (E_X):

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
l_{iX}	150,10 мм	-	-	-	-
l_S	150,00 мм	0,46 мкм	прямоугольный	-1,0	-0,46 мкм
Δt	0	1,15 K	прямоугольный	1,7 мкм K^{-1}	2,0 мкм
δl_{iX}	0	15 мкм	прямоугольный	1,0	15 мкм
δl_M	0	29 мкм	прямоугольный	1,0	29 мкм
E_X	0,10 мм				33 мкм

S10.10 Расширенная неопределенность: При оценке неопределенности результата явно доминируют вклады от измерительного усилия и конечного разрешения шкалы нониуса. Окончательное распределение не является нормальным, а скорее трапецеидальным с отношением полуширины меньшего основания к полуширине большего основания равным $\beta = 0{,}33$. Поэтому метод определения эффективных степеней свободы, описанный в приложении к DKD-3 (англ. EA-4/02), не пригоден. Коэффициент охвата, соответствующий этому трапецеидальному распределению, $k = 1{,}83$ получается из выражения (S10.10) главы S10.13 (математические ссылки). Поэтому

$$U = k \cdot u(E_X) = 1{,}83 \cdot 0{,}033\ \text{мм} \cong 0{,}06\ \text{мм}$$

S10.11 Полный результат измерения:

В калибруемой точке 150 мм измеренное отклонение показаний штангенциркуля составило $(0{,}10 \pm 0{,}06)$ мм.

Указанная расширенная неопределенность измерения получена умножением стандартной неопределенности измерения на коэффициент охвата $k = 1{,}83$. Она соответствует предполагаемому трапецеидальному распределению с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S10.12 Дополнительные комментарии: Используемый метод для оценки коэффициента охвата связан с тем фактом, что в неопределенности измерения, связанной с результатом, доминируют два источника: механические эффекты и конечное разрешение шкалы нониуса.

Поэтому необоснованно предполагать нормальное распределение выходной величины и применять условия EAL-R2, раздел 5.6. Учитывая, что на практике вероятность и плотность вероятности может определяться только с точностью от 3% до 5%, распределение, по существу будет трапецеидальным; оно получается через свертку двух доминирующих вкладов, подчиненных прямоугольному распределения. Полуширина основания и вершины полученной симметричной трапеции составит 75 мкм и 25 мкм соответственно; в этом случае приблизительно 95% площади трапеции будет содержаться в интервале ± 60 мкм от ее оси симметрии, что соответствует коэффициенту охвата $k = 1{,}83$.

S10.13 **Математическое примечание:** Если измерительная ситуация такова, что два вклада в неопределенность в бюджете можно идентифицировать как доминирующие, то приемлемо использовать метод, представленный в разделе S9.14, когда оба доминирующих вклада – например, вклады в неопределенность с индексами 1 и 2 – суммированы в общий вклад. Стандартная неопределенность для измеряемой величины y может быть в этом случае записана в форме

$$u(y) = \sqrt{u_0^2(y) + u_R^2(y)} \qquad \text{(S10.2)}$$

где

$$u_0(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)} \qquad \text{(S10.3)}$$

указывает на общий вклад двух доминирующих источников, а общий вклад в неопределенность оставшихся не доминирующих источников запишется как

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=3}^{N} u_i^2(y)} \qquad \text{(S10.4)}$$

Когда оба доминирующих вклада описываются прямоугольными распределениями с полуширинами интервалов a_1 и a_2, результатом их свертки является симметричное трапецеидальное распределение с полушириной основания и вершины соответственно (смотри пример на рисунке 1)

$$a = a_1 + a_2 \text{ и } b = |a_1 - a_2| \qquad \text{(S10.5)}$$

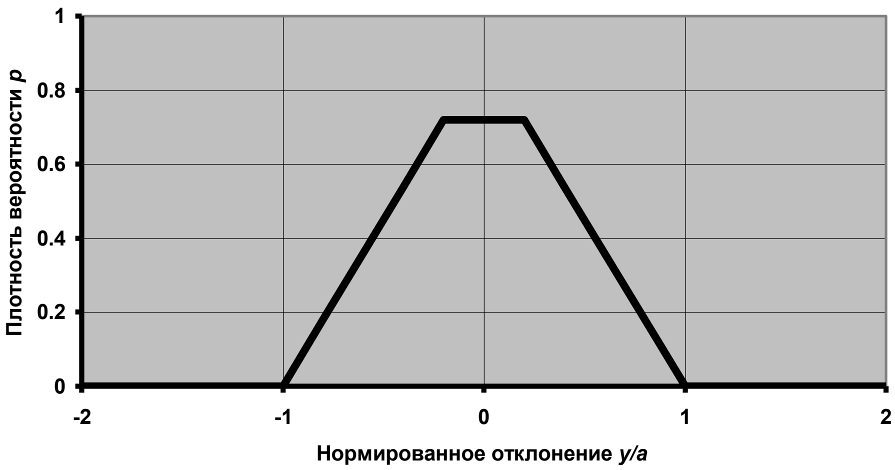


Рисунок 1. Унифицированная симметричная трапецеидальная плотность распределения вероятностей со значением параметра точки перегиба $\beta = 0{,}33$, являющаяся результатом свертки двух прямоугольных распределений.

Распределение можно выразить в общей форме

$$\varphi(y) = \frac{1}{a(1+\beta)} \cdot \begin{cases} 1 & |y| < \beta \cdot a \\ \dfrac{1}{1-\beta}\left(1 - \dfrac{|y|}{a}\right) & \beta \cdot a \le |y| \le a \\ 0 & a < |y| \end{cases} \qquad \text{(S10.6)}$$

Соотношение длин основания и вершины трапеции обозначается через параметр точки перегиба и выражается:

$$\beta = \frac{b}{a} = \frac{|a_1 - a_2|}{a_1 + a_2} \qquad \text{(S10.7)}$$

Квадрат стандартной неопределенности измерения, определенный из трапецеидального распределения используя формулу (S10.6), (т.е. дисперсия) есть

$$u^2(y) = \frac{a^2}{6}(1+\beta^2) \qquad \text{(S10.8)}$$

Используя распределение из выражения (S10.6) была выведена зависимость коэффициента охвата от вероятности охвата в соответствии с методом, описанным в разделе S9.14.

$$k(p) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \cdot \begin{cases} \frac{p(1+\beta)}{2} & \frac{p}{2-p} < \beta \\ 1-\sqrt{(1-p)(1-\beta^2)} & \beta \le \frac{p}{2-p} \end{cases} \qquad \text{(S10.9)}$$

Рисунок 2 изображает зависимость коэффициента охвата k для вероятности охвата 95% от значения параметра точки перегиба β.

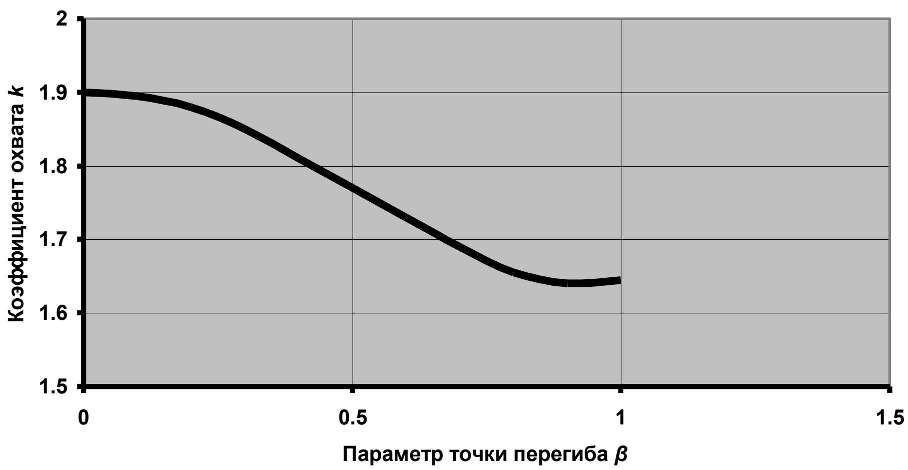


Рисунок 2: Зависимость коэффициента охвата k от параметра точки перегиба β трапецеидального распределения для вероятности охвата 95%.

Коэффициент охвата для вероятности охвата 95%, соответствующей трапецеидальному распределению с параметром точки перегиба $\beta = 0{,}33$, определяется из соотношения

$$k = \frac{1-\sqrt{(1-p)(1-\beta^2)}}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \qquad \text{(S10.10)}$$

S11 Калибровка калибратора температур при температуре 180°C[3]

[3] Аналогичный пример можно найти в EA-Директиве EA-10/13 "Руководство по калибровке калибратора температур". В данном документе все представлено в упрощенном виде, чтобы подчеркнуть, как установить значение показаний прибора при методе калибровки. Этот метод является основополагающим при калибровке в различных областях измерений и поэтому представляет общий интерес. Кроме того, пример показывает, что существует два эквивалентных способа решения этой проблемы: прямое задание значения показаний прибора и установление поправки на показания, обычно называемой измеренным отклонением показаний.

S11.1 Частью процедуры калибровки является измерение температуры, которая должна установиться в измерительном отверстии калибратора температур. Это происходит после стабилизации показаний встроенного индикатора температуры на 180°C. Температура калибруемого отверстия определяется через встроенный платиновый термометр сопротивления, который служит в качестве рабочего эталона, посредством измерения электрического сопротивления термометра через мост переменного тока для измерения сопротивления. Температура t_X, которая должна идентифицироваться как температура измерительного отверстия, когда показания встроенного индикатора температуры составят 180°C, будет определяться как:

$$t_X = t_S + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \qquad \text{(S11.1)}$$

где

t_S – температура рабочего эталона, воспроизводимая мостом переменного тока для измерения сопротивления;

δt_S – температурная поправка из-за моста переменного тока для измерения сопротивления;

δt_D – температурная поправка из-за дрейфа значения рабочего эталона с момента его последней калибровки;

δt_{iX} – температурная поправка из-за конечного разрешения показаний калибратора температур;

δt_R – температурная поправка из-за разницы температур между отдельными измерительными отверстиями;

δt_A – температурная поправка из-за осевой температурной неоднородности в измерительном отверстии;

δt_H – температурная поправка из-за гистерезиса при увеличении или понижении ветви измерительного цикла;

δt_V – температурная поправка из-за колебаний температуры в течение времени измерения.

Температурная поправка из-за теплопроводности не принимается во внимание, так как в качестве рабочего эталона используется платиновый термометр сопротивления с наружным диаметром $d \le 6\,\text{мм}$. Предыдущие исследования показали, что тепловыми эффектами в данном случае можно пренебречь.

S11.2 **Рабочий эталон (t_S):** В свидетельстве калибровки на термометр сопротивления, используемый в качестве рабочего эталона, приведено соотношение между сопротивлением и температурой. Измеренное значение сопротивления соответствует температуре 180,10°C с приписанной расширенной неопределенностью измерения $U = 30\,\text{мК}$ (коэффициент охвата $k = 2$).

S11.3 **Определение температуры через мост переменного тока для измерения сопротивления (δt_S):** Температура, определенная термометром сопротивления, используемым в качестве рабочего эталона, составила 180,10°C. Стандартная неопределенность измерения мостом переменного тока в пересчете на температуру составила $u(\delta t_S) = 10\,\text{мК}$.

S11.4 **Температурный дрейф рабочего эталона (δt_D):** На основании общих опытов с платиновыми термометрами сопротивления данного типа, используемыми в качестве рабочих эталонов, изменение температуры из-за старения сопротивления с момента последней калибровки эталона оценивается в пределах $\pm 40\,\text{мК}$.

S11.5 **Настройка калибратора температур (δt_{iX}):** Встроенный термометр калибратора температур (контрольный термометр) имеет цену деления 0,1 K. Это дает границы температуры ± 50 мК, внутри которых можно однозначно установить термодинамическое состояние температурного блока.

Примечание: Если показания встроенного индикатора температуры не приведены в единицах измерения температуры, проводится перерасчет допустимых границ в соответствующие значения температуры. Для этого полученные значения показаний умножаются на постоянную измерительного прибора.

S11.6 **Радиальная температурная неоднородность (δt_R):** Радиальная разница температур между различными измерительными отверстиями оценивается в ± 100 мК.

S11.7 **Осевая температурная неоднородность (δt_A):** Температурное отклонение из-за осевой температурной неоднородности в измерительном отверстии определяется по считываемым значениям при различной глубины погружения и составляет ± 250 мК.

S11.8 **Эффект гистерезиса (δt_H):** Из-за считывания показаний с эталонного термометра в течение измерительного цикла при повышениях и понижениях температуры, отклонение температуры измерительного отверстия по причине эффекта гистерезиса оценивается в диапазоне ± 50 мК.

S11.9 **Нестабильность температуры (δt_V):** Температурные изменения из-за нестабильности температуры в течение измерительного цикла, равного 30 минутам, были оценены в интервале ± 30 мК.

S11.10 **Корреляция:** Входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S11.11 **Повторные наблюдения:** Из-за конечного разрешения показаний встроенного термометра разброс показываемых значений не наблюдался и не принимался во внимание.

S11.12 **Бюджет неопределенности измерения (t_X):**

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
t_S	180,1°C	15 мК	нормальный	1,0	15 мК
δt_S	0,0°C	10 мК	нормальный	1,0	10 мК
δt_D	0,0°C	23 мК	прямоугольный	1,0	23 мК
δt_{iX}	0,0°C	29 мК	прямоугольный	– 1,0	– 29 мК
δt_R	0,0°C	58 мК	прямоугольный	1,0	58 мК

δt_A	0,0°C	144 мК	прямоугольный	1,0	144 мК
δt_H	0,0°C	29 мК	прямоугольный	1,0	29 мК
δt_V	0,0°C	17 мК	прямоугольный	1,0	17 мК
t_X	180,1°C				164 мК

S11.13 **Расширенная неопределенность:** В стандартной неопределенности результата явно доминируют составляющие от эффекта неизвестной температурной поправки из-за осевой температурной неоднородности в измерительном отверстии и радиальной разницы температур между измерительными отверстиями. Результирующее распределение не является нормальным, а по существу трапецеидальным. Согласно S10.13 коэффициент охвата, соответствующий параметру точки перегиба $\beta = 0{,}43$, равен $k = 1{,}81$.

$$U = k \cdot u(t_X) = 1{,}81 \cdot 164\ \text{мК} \cong 0{,}3\ \text{K}$$

S11.14 **Полный результат измерения:** Температура измерительного отверстия, при заданных показаниях встроенного контрольного термометра 180,0°C, составила 180,1°C ± 0,3 K.

Приведенная расширенная неопределенность измерения получена умножением стандартной неопределенности измерения на коэффициент охвата $k = 1{,}81$. Она соответствует предполагаемому трапецеидальному распределению с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S11.15 **Математические примечания касательно модели:** Для большинства метрологов будет необычным, чтобы показания контрольного термометра не были явно отражены в функциональной модели согласно формуле (S11.1). Подходя с такой точки зрения к измерительной задаче, опишем проблему альтернативно через отклонение показаний встроенного индикатора температур

$$E_X = t_X - t_i \qquad \text{(S11.2)}$$

$$E_X = t_S - t_i + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \qquad \text{(S11.3)}$$

При этом значение показаний t_i является номинальным. Такой эффект обусловлен сдвигом шкал измеряемых величин. Он, однако, не вносит вклада в неопределенность измерения, приписываемую отклонению показаний.

$$u(E_X) = u(t_X) \qquad \text{(S11.4)}$$

Функциональная модель по формуле (S11.1) может быть получена из формулы (S11.3) с использованием определения отклонения показаний по формуле (S11.2).

Это примечание показывает, что не существует только одного единственно верного способа выбора модели оценки измерений. Выбор модели находится в руках метролога и определяется навыками и его видением проблемы. Функциональные модели, которые математически могут быть преобразована одна в другую, представляют тот же измерительный процесс. В случаях, которые касаются непрерывной шкалы показаний, как при рассмотрении калибровки калибратора температур, все функциональные модели, которые можно трансформировать друг в друга с использованием линейного масштабного преобразования, можно рассматривать как эквивалентное описание существующей проблемы.

S12 Калибровка бытового счетчика воды

S12.1 Калибровка счетчика воды включает в себя определение относительного отклонения показаний в пределах допустимой области измерения объемного расхода счетчика. Измерения проводятся на испытательном стенде, который воспроизводит необходимый расход воды с давлением приблизительно 500 кПа, являющимся типичным значением для линий муниципального водоснабжения. Вода собирается в открытой измерительной емкости, которая калибрована и воспроизводит заданный объем воды. На начало измерений она пуста, однако увлажнена. Измерительная емкость имеет узкогорлый заливной патрубок, на котором расположена шкала, по которой можно устанавливать уровень наполнения. Калибруемый счетчик устанавливается между обеими емкостями и подключается к ним. Он имеет механический отсчет по стрелке. Измерение осуществляется с расходом 2500 ч$^{-1}$ в постоянном режиме старт-стоп, означающем, что расход, как на начало, так и на конец измерения равен нулю. Значения показаний счетчика воды фиксируются в начале и в конце измерений. Фиксируется уровень наполнения измерительной емкости в конце измерения. Также фиксируются температура и давление воды в счетчике и температура воды в измерительной емкости.

S12.2 Относительное отклонение e_X показаний для единичного прохода определяется как

$$e_X = \frac{\Delta V_{iX} + \delta V_{iX2} - \delta V_{iX1}}{V_X} - 1 \qquad \text{(S12.1)}$$

где

$$V_X = (V_{iS} + \delta V_{iS})(1 + \alpha_S (t_S - t_0))(1 + \alpha_W (t_X - t_S))(1 - \kappa_W (p_X - p_S)) \qquad \text{(S12.2)}$$

причем

$\Delta V_{iX} = V_{iX2} - V_{iX1}$ – разница показаний счетчика;

V_{iX2}, V_{iX1} – показания счетчика в начале и в конце измерения;

$\delta V_{iX2}, \delta V_{iX1}$ – поправка из-за конечного разрешения показаний счетчика;

V_X – объем, пройденный через счетчик в течение измерений при преобладающих условиях, т.е. при давлении p_X и температуре t_X на входе счетчика;

V_{iS} – объем, показываемый в узкогорлом заливном патрубке измерительной емкости в конце измерения;

δV_{iS} – поправка на показываемый объем уровня наполнения измерительной емкости из-за конечного разрешения шкалы;

α_S – температурный коэффициент объемного расширения материала измерительной емкости;

t_S – температура измерительной емкости;

t_0 – значение температуры, при которой проводилась калибровка измерительной емкости;

α_W – температурный коэффициент объемного расширения воды;

t_X – температура воды на входе счетчика;

κ_W – объемная упругость воды;

p_S – давление в измерительной емкости (равно нулю при рассмотрении избыточного давления);

p_X – давление воды на входе счетчика.

S12.3 **Измерительная емкость (V_{iS}, t_0):** В свидетельстве калибровки указано, что показания уровня наполнения объема до 200 л при опорной температуре $t_0 = 20^\circ$ C снимаются с соответствующей относительной расширенной неопределенностью измерения 0,1% ($k = 2$).

S12.4 **Разрешение шкалы измерительной емкости для уровня наполнения (δV_{iS}):** Уровень наполнения водой измерительной емкости можно определить с точностью до ± 1 мм. С коэффициентом масштабирования емкости 0,02 л/мм максимальное отклонение объема воды от наблюдаемого показываемого значения оценивается как ± 0,02 л.

S12.5 **Температура воды и измерительной емкости (α_S, t_S):** Температура воды в измерительной емкости определяется 15°C в диапазоне ± 2 K. Эти границы покрывают все возможные источники неопределенности, как например калибровка температурного щупа, разрешение при считывании и температурный градиент в емкости. Температурный коэффициент объемного расширения материала емкости (стали), взят из справочника по материалам как константа и равен $\alpha_S = 51 \cdot 10^{-6}$ K^{-1} в рассматриваемом интервале температур. Так как данное значение указано без неопределенности, то она берется как последний известный значащий разряд этого значения. Поэтому для неизвестных отклонений принимаем, что они лежат внутри приближенных границ $\pm 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}.

S12.6 **Температура воды в счетчике (α_W, t_X):** Температура воды на входе счетчика определяется 16°C с диапазоном ± 2 K. Эти границы покрывают все возможные источники неопределенности, как например калибровка температурного щупа, разрешение при считывании и маленькие температурные изменения в течение одного измерительного эксперимента. Температурный коэффициент объемного расширения воды, взят из справочника по материалам как константа и равен $\alpha_W = 0{,}15 \cdot 10^{-3}$ K^{-1} в рассматриваемом интервале температур. Так как данное значение указано без неопределенности, то принимается, что она берется как последний известный значащий разряд этого значения. Поэтому для неизвестных отклонений принимаем, что они лежат внутри приближенных границ $\pm 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

S12.7 **Разница в давлениях воды между счетчиком и емкостью (κ_W, p_S, p_X):** Избыточное давление воды на входе счетчика составляет 500 кПа с относительным отклонением не более ± 10%. На пути от входа счетчика до измерительной емкости вода увеличивается в объеме до избыточного давления 0 кПа (условия атмосферного давления). Сжимаемость воды, взята из справочника по материалам как константа и равна $\kappa_W = 0{,}46 \cdot 10^{-6}$ кПа$^{-1}$ в рассматриваемом интервале температур. Так как данное значение указано без неопределенности, то она берется как последний известный значащий разряд этого значения. Таким образом, для неизвестных отклонений принимаем, что они лежат внутри приближенных границ $\pm 0{,}005 \cdot 10^{-5}$ кПа$^{-1}$.

S12.8 **Корреляция:** Входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S12.9 **Бюджет неопределенности измерения (V_X):**

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность	Распределение	Коэффициент чувствительности	Вклад в неопределенность

		$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
V_{iS}	200,02 л	0,10 л	нормальный	1,0	0,10 л
δV_{iS}	0,0 л	0,0115 л	прямоугольный	1,0	0,0115 л
α_S	$51{\cdot}10^{-6}$ К$^{-1}$	$0{,}29{\cdot}10^{-6}$ К$^{-1}$	прямоугольный	– 1000 л·К	– $0{,}29{\cdot}10^{-3}$ л
t_S	15°C	1,15 K	прямоугольный	– 0,0198 л·К$^{-1}$	– 0,0228 л
α_W	$0{,}15{\cdot}10^{-3}$ К$^{-1}$	$2{,}9{\cdot}10^{-6}$ К$^{-1}$	прямоугольный	200 л·К	$0{,}58{\cdot}10^{-3}$ л
t_X	16°C	1,15 K	прямоугольный	0,0300 л·К$^{-1}$	0,03456 л
κ_W	$0{,}46{\cdot}10^{-6}$ кПа$^{-1}$	$2{,}9{\cdot}10^{-9}$ кПа$^{-1}$	прямоугольный	99999,5 л·кПа	$0{,}29{\cdot}10^{-3}$ л
p_S	500 кПа	29 кПа	прямоугольный	$92{\cdot}10^{-6}$ л·кПа$^{-1}$	0,0027 л
p_X	0,0 Па	–	–	–	–
V_X	199,95 л				0,109 л

В стандартной неопределенности измерений связанной с результатом явно доминирует вклад из-за показаний уровня наполнения измерительной емкости. Поэтому результирующее распределение не является нормальным, а по существу прямоугольным. Это должно приниматься во внимание при дальнейшей процедуре оценки неопределенности.

S12.10 **Показания счетчика (ΔV_{iX} , $\delta V_{iX1}, \delta V_{iX2}$):** Калибруемый счетчик воды имеет разрешение 0,2 л. Поэтому получаем границы ± 0,1 л для максимальных отклонений из-за конечного разрешения для обоих считываний.

S12.11 **Бюджет неопределенности измерения (e_X):**

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
ΔV_{iX}	200,0 л	–	номинал	–	–
δV_{iX1}	0,0 л	0,058 л	прямоугольный	– $5{,}0{\cdot}10^{-3}$	– $0{,}29{\cdot}10^{-3}$ л
δV_{iX2}	0,0 л	0,058 л	прямоугольный	$5{,}0{\cdot}10^{-3}$	$0{,}29{\cdot}10^{-3}$ л
V_X	199,95 л	0,109 л	прямоугольный	– $5{,}0{\cdot}10^{-3}$	– $0{,}55{\cdot}10^{-3}$ л
e_X	0,0003	$0{,}69{\cdot}10^{-3}$			

S12.12 **Повторяемость значений:** Относительное отклонение показаний калибруемого счетчика воды при установленном расходе 2500 л/час указывает на большой разброс. По этой причине относительное отклонение показаний определяется трижды. Результаты этих трех определений рассмотрены как независимые наблюдения $e_{X\ j}$ в модели для определения среднего отклонения показаний $e_{X\ av}$:

$$e_{X\,av} = e_X - \delta e_X \qquad \text{(S12.3)}$$

где

e_X – относительное отклонение показаний одного определения,

δe_X – поправка на относительное отклонение показаний, наблюдаемое при различных определениях, из-за плохой повторяемости счетчика.

S12.13 **Измерения (e_X):**

Номер	Наблюдаемое относительное отклонение показаний
1	0,0003
2	0,0005
3	0,0022

Среднее арифметическое значение $\bar{e}_X = 0{,}001$

Эмпирическое стандартное отклонение $s(e_{X\,j}) = 0{,}001$

Стандартная неопределенность измерения $u(e_X) = s(e_X) = \dfrac{0{,}001}{\sqrt{3}} = 0{,}00060$

S12.14 **Бюджет неопределенности измерения ($e_{X\,av}$):**

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Эффективные степени свободы	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
e_X	0,001	$0{,}60\cdot10^{-3}$	2	нормальное	1,0	$0{,}60\cdot10^{-3}$
δe_X	0,0	$0{,}69\cdot10^{-3}$	∞	нормальное	1,0	$0{,}69\cdot10^{-3}$
$e_{X\,av}$	0,001		10			$0{,}91\cdot10^{-3}$

S12.15 **Расширенная неопределенность:** Так как эффективные степени свободы стандартной неопределенности измерения, связанной со средним относительным отклонением, малы, стандартный коэффициент охвата должен быть изменен согласно таблице E1:

$$U = k \cdot u(e_{X\,av}) = 2{,}28 \cdot 0{,}91 \cdot 10^{-3} \cong 2 \cdot 10^{-3}$$

S12.16 **Полный результат измерения:** Среднее относительное отклонение показаний счетчика воды, определенное при расходе 2500 л/час, составило 0,001 ± 0,002.

Указанная расширенная неопределенность измерения получена умножением стандартной неопределенности измерений с коэффициентом охвата $k = 2{,}28$. Она соответствует предполагаемому t-распределению с эффективными степенями свободы $\nu_{eff} = 10$ и вероятностью охвата приблизительно 95%.

S13 Калибровка меры внутреннего диаметра с номинальным диаметром 90 мм

S13.1 Стальная мера внутреннего диаметра с номинальным внутренним диаметром 90 мм калибруется по методу, приведенному в EA-10/06 (ранее EAL-G29). Применяется компаратор длины типа Аббе и стальное установочное кольцо, чей номинальный внутренний диаметр $D_S = 40$ мм значительно отличается от диаметра меры. В этом случае компаратор длины и стальное установочное кольцо играют роль рабочих эталонов. Кольца поочередно осторожно закрепляются на столе с четырьмя степенями свободы, который включает в себя все элементы позиционирования для выравнивания контролируемого изделия. Кольца контактируют в нескольких противоположно расположенных друг от друга точках с рычагами С-формы, которые соответствующе закреплены на устойчивом измерительном шпинделе. Рычаги С-формы снабжены сферическими контактными наконечниками. Измерительное усилие создается натяжным грузом, который обеспечивает во всей области измерений постоянное усилие с номинальным значением 1,5 Н. Измерительный шпиндель жестко соединен с измерительной головкой стальной масштабной линейки с разрешением 0,1 мкм. Деления штриховой шкалы компаратора периодически контролируются, для того, чтобы подтвердить значения границ отклонений, установленных производителем (MPE, максимально допускаемая ошибка).
Контролируется температура окружающей среды, для обеспечения заданных условий окружающей среды для метода калибровки. В рабочем пространстве компаратора соблюдалась температура в диапазоне $\pm 0{,}5$ K от 20ºC. Обратите внимание, что кольца и штриховая шкала в течение всей калибровки сохраняют наблюдаемую температуру.

S13.2 Диаметр d_X меры внутреннего диаметра при заданной температуре $t_0 = 20^{\circ}\mathrm{C}$ определяется следующим способом:

$$d_x = d_S + \Delta l + \delta l_i + \delta l_T + \delta l_P + \delta l_E + \delta l_A \qquad \text{(S13.1)}$$

где

d_S – диаметр образцового установочного кольца при заданной температуре;

Δl – наблюдаемая разница в перемещении измерительного шпинделя, когда контактный наконечник касается внутренней поверхности кольца в двух противоположно расположенных друг от друга точках;

δl_i – поправка на отклонение показаний компаратора;

δl_T – поправка на температурный эффект калибруемой меры, образцового установочного кольца и штриховой шкалы компаратора;

δl_P – поправка на несоосность щупов по отношению к измерительной линии;

δl_E – поправка на различие в упругой деформации калибруемой меры и образцового установочного кольца;

δl_A – поправка на различие ошибок Аббе компаратора, когда измеряются диаметры калибруемой меры и образцового установочного кольца.

S13.3 **Рабочий эталон (d_S):** Внутренний диаметр установочного кольца, используемого в качестве рабочего эталона, приведен в свидетельстве калибровки вместе с соответствующей расширенной неопределенностью измерения и составляет $40{,}0007$ мм $\pm\, 0{,}2$ мкм (коэффициент охвата $k = 2$).

S13.4 **Компаратор (δl_i):** Поправка на отклонение штриховой шкалы определяется производителем и заложено в электронной программе. Все оставшиеся вклады лежат в указанных производителем границах

± (0,3 мкм + 1,5·10^{-6}·l_i), где l_i – показываемая длина. Соблюдение установленных значений гарантируется периодическим контролем. Для действительной разницы длин $D_X - D_S = 50$ мм неизвестный остаток вкладов определяется внутри диапазона ± 0,375 мкм.

S13.5 **Температурная поправка (δl_T):** В течение всего измерения необходимо тщательно следить, чтобы сохранялась заданная температура калибруемой меры, установочного кольца и шкалы компаратора. На основании предыдущих измерений и общего опыта с измерительными системами можно быть уверенным, что отклонение температуры калибруемой меры, установочного кольца и шкалы компаратора от температуры окружающей среды останутся в интервале ± 0,2 К. Однако температура окружающей среды в измерительном пространстве определяется в интервале ± 0,5 К. Поэтому знание об измерении лучше описать через отклонение температуры окружающей среды от эталонной температуры и отклонения температур калибруемой меры, установочного кольца и шкалы компаратора (линейки) от температуры окружающей среды. Поправка на температурные влияния δl_T определяется по следующей модели:

$$\begin{aligned} \delta l_T = &\left(D_S(\alpha_S - \alpha_R) - D_X(\alpha_X - \alpha_R)\right)\Delta t_A + \\ &+ D_S \alpha_S \delta t_S - D_X \alpha_X \delta t_X - (D_S - D_X)\alpha_R \delta t_R \end{aligned} \qquad \text{(S13.2)}$$

где

D_X, D_S – номинальные диаметры калибруемой меры и эталонного установочного кольца;

$\alpha_X, \alpha_S, \alpha_R$ – температурные коэффициенты линейного расширения калибруемой меры, эталонного установочного кольца и штриховой шкалы компаратора;

$\Delta t_A = t_A - t_0$ – отклонение температуры окружающей среды измерительного пространства от заданной температуры $t_0 = 20^\circ\mathrm{C}$;

$\delta t_X, \delta t_S, \delta t_R$ – отклонения температур калибруемой меры, эталонного установочного кольца и штриховой шкалы компаратора от температуры окружающей среды.

Так как математические ожидания четырех температурных отклонений, входящих в формулу (S13.2), равны нулю, общепринятый способ линеаризации не включает эффектов, связанных с неопределенностью значений трех температурных коэффициентов линейного расширения. Как представлено в разделе S4.13, необходимо использовать нелинейный способ, чтобы определить стандартные неопределенности, связанные с четырьмя слагаемыми:

$$\begin{aligned} \delta l_{TA} &= \left(D_S(\alpha_S - \alpha_R) - D_X(\alpha_X - \alpha_R)\right)\Delta t_A \\ \delta l_{TS} &= D_S \alpha_S \delta t_S \\ \delta l_{TX} &= D_X \alpha_X \delta t_X \\ \delta l_{TR} &= (D_S - D_X)\alpha_R \delta t_R \end{aligned} \qquad \text{(S13.3)}$$

На основании свидетельства калибровки для установочного кольца и данных производителя для калибруемой меры и шкалы компаратора получаем, что температурный коэффициент линейного расширения лежит в интервале $(1{,}5 \pm 1{,}0)10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$. По этому значению и границам температурных изменений, приведенных выше, стандартные неопределенности, связанные с четырьмя слагаемыми будут равны $u(\delta l_{TA}) = 0{,}012$ мкм, $u(\delta l_{TS}) = 0{,}053$ мкм, $u(\delta l_{TX}) = 0{,}12$ мкм и $u(\delta l_{TR}) = 0{,}066$ мкм. По этим значениям определяется стандартная неопределенность, связанная с комбинированной температурной поправкой, при помощи следующего подбюджета неопределенности:

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Распределение	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад в неопределенность $u_i(y)$
δl_{TA}	0,0 мкм	0,012 мкм	–	1,0	0,012 мкм
δl_{TS}	0,0 мкм	0,053 мкм	–	1,0	0,053 мкм
δl_{TX}	0,0 мкм	0,12 мкм	–	1,0	0,12 мкм
δl_{TR}	0,0 мкм	0,066 мкм	–	1,0	0,066 мкм
δl_T	0,0 мкм				0,15 мкм

S13.6 **Поправка на несоосность (δl_P):** Отклонение от соосности двух сферических щупов и измерительной линии принимается лежащим в пределах ± 20 мкм. Используя выражение, представленное в математическом примечании (S13.13), поправка на возможную несоосность и соответствующая стандартная неопределенность представляется в виде:

$$\delta l_P = 2\left(\frac{1}{D_X} - \frac{1}{D_S}\right)u^2(\delta c) \quad \text{(S13.4)}$$

$$u^2(\delta l_P) = \frac{16}{5}\left(\frac{1}{D_X^2} + \frac{1}{D_S^2}\right)u^4(\delta c) \quad \text{(S13.5)}$$

Здесь δc есть наименьшее расстояние измерительной хорды от центра кольца. Полученные значения для поправки и соответствующей стандартной неопределенности составят $\delta l_P \cong -0{,}004$ мкм и $u(\delta l_P) \cong 0{,}0065$ мкм. Как можно увидеть из бюджета неопределенности (S13.10), это значение на два порядка меньше чем остальные вклады неопределенностей, поэтому его влиянием можно пренебречь при данных условиях измерения.

S13.7 **Поправка на упругую деформацию (δl_E):** Упругая деформация калибруемой меры и эталонного установочного кольца во время данных измерений не определяется. Однако на основании предыдущих опытов результирующий эффект от упругой деформации оценивается в пределах ± 0,03 мкм.

S13.8 **Поправка на ошибку Аббе (δl_A):** Действительное значение ошибки Аббе компаратора не определялось во время данных измерений. Однако на основании опыта и данных периодического контроля эффекты из-за ошибки Аббе оцениваются в пределах ± 0,02 мкм.

S13.9 **Измерения (Δl):** Были получены следующие наблюдения внутреннего диаметра измеряемого и установочного кольца:

№	Объект	Наблюдение	Измеряемая величина
1	Образцовое установочное	0 на этом этапе пока-	Диаметр в номинальном направлении плоскости симметрии перпендикулярно к

	кольцо	зания компаратора устанавливаются на ноль	оси цилиндра
2	Калибруемая мера	49,99935 мм	Диаметр в номинальном направлении плоскости симметрии перпендикулярно к оси цилиндра
3	Калибруемая мера	49,99911 мм	Диаметр в плоскости симметрии перпендикулярно к оси цилиндра, повернутый вокруг оси относительно номинального направления на + 1 мм по окружности
4	Калибруемая мера	49,99972 мм	Диаметр в плоскости симметрии перпендикулярно к оси цилиндра, повернутый вокруг оси относительно номинального направления на – 1 мм по окружности
5	Калибруемая мера	49,99954 мм	Диаметр в номинальном направлении, сдвинутом вверх на 1 мм в плоскости параллельной плоскости симметрии перпендикулярной к оси цилиндра
6	Калибруемая мера	49,99996 мм	Диаметр в номинальном направлении, сдвинутом вниз на 1 мм в плоскости параллельной плоскости симметрии перпендикулярной к оси цилиндра

Наблюдения можно разделить на две группы: наблюдения диаметра установочного кольца (наблюдение №1), которые применяются для настройки показаний компаратора на ноль, и наблюдения диаметра калибруемой меры (наблюдения №2-6), которые показывают различие между диаметрами:

Среднее арифметическое значение $\overline{\Delta l} = 49{,}99954$ мм

Стандартное отклонение единичного наблюдения $s(\Delta l) = 0{,}33$ мкм

Стандартное отклонение среднего значения $s(\overline{\Delta l}) = \dfrac{s(\Delta l)}{\sqrt{5}} = 0{,}15$ мкм

Стандартное отклонение единичного наблюдения $s(\Delta l) = 0{,}33$ мкм учитывает эффекты из-за отклонения формы калибруемой меры, а также от повторяемости компаратора. Для того, чтобы получить наблюдаемую стандартную неопределенность, связанную с наблюдаемой средней разницей диаметров, также нужно принимать во внимание неопределенность результатов из-за настройки на ноль показаний компаратора. Она выражается через общее эмпирическое стандартное отклонение $s_p(\Delta) = 0{,}25$ мкм, которое было определено в предыдущих измерениях при подобных условиях измерения. Результирующая стандартная неопределенность измерения, связанная с наблюдаемой средней разностью, будет равна:

$$u(\Delta l) = \sqrt{s^2(\overline{\Delta l}) + s_p^2(\Delta)} = 0{,}30 \text{ мкм}$$

S13.10 Бюджет неопределенности измерения (d_X):

Величина	Оценка	Стандартная неопределен-	Распределение	Коэффициент чувствительно-	Вклад в неопределен-

X_i	x_i	ность $u(x_i)$		сти c_i	ность $u_i(y)$
d_S	40,0007 мм	0,10 мкм	нормальный	1,0	0,10 мкм
Δl	49,99955 мм	0,30 мкм	нормальный	1,0	0,30 мкм
δl_i	0,0 мм	0,22 мкм	прямоугольный	1,0	0,22 мкм
δl_T	0,0 мм	0,15 мкм	нормальный	1,0	0,15 мкм
δl_P	0,000004 мм	0,0065 мкм	прямоугольный	1,0	0,0065 мкм
δl_E	0,0 мм	0,018 мкм	прямоугольный	1,0	0,018 мкм
δl_A	0,0 мм	0,012 мкм	прямоугольный	1,0	0,012 мкм
d_X	90,00025 мм				0,433 мкм

S13.11 Расширенная неопределенность:

$$U = k \cdot u(d_X) = 2 \cdot 0{,}414\ \text{мкм} \cong 0{,}9\ \text{мкм}$$

S13.12 Полный результат измерения

Диаметр меры внутреннего диаметра составил $(90{,}0003 \pm 0{,}0009)$ мм.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерения на коэффициент охвата $k = 2$. Она соответствует нормальному распределению с вероятностью охвата приблизительно 95%.

S13.13 Математические примечания по несоосности:

Так как невозможно точно сориентировать кольцо по отношению к измерительной оси компаратора, то определяемая при измерении величина есть хорда соответствующего кольца в близи его диаметра. Длина этой хорды d', наблюдаемая при измерении, связана с диаметром кольца d следующим соотношением:

$$d' = d \cdot \cos(\delta\varphi) \cong d \cdot \left(1 - \frac{1}{2}(\delta\varphi)^2\right) \qquad \text{(S13.6)}$$

где $\delta\varphi$ малый угол, который составляет половину центрального угла на хорде минус $\pi / 2$. С другой стороны этот угол связан с малым расстоянием δc от хорды до центра кольца выражением:

$$\delta c = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \sin(\delta\varphi) \cong \frac{1}{2} \cdot d \cdot \delta\varphi \qquad \text{(S13.7)}$$

Следовательно выражение (S13.6) можно записать следующим образом:

$$d' \cong d - 2\frac{(\delta c)^2}{D} \qquad \text{(S13.8)}$$

где диаметр кольца d в отношении заменен своим номинальным диаметром D, так как знаменатель в отношении приводит к малой величине. Наилучшая оценка диаметра будет наблюдаться через подстановку среднего значения в последнее выражение:

$$d = d' + 2\frac{(\delta c)^2}{D} \qquad \text{(S13.9)}$$

Здесь принято во внимание, что среднее значение малого расстояния δc равно нулю. Также следует иметь в виду, что значения d, d' и δc в выражениях (S13.8) и

(S13.9) не идентичны; через эти символы в выражении (S13.8) представлены не точно известные величины или случайно изменяющиеся, в выражении (S13.9) символы определяют средние значения этих величин. Так как дисперсия случайной величины равна математическому ожиданию квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания, квадрат стандартной неопределенности измерения диаметра кольца согласно (S13.8) будет равен:

$$u^2(d) = u^2(d') + 4 \cdot (\alpha - 1)\frac{u^4(\delta c)}{D^2} \qquad \text{(S13.10)}$$

где

$$\alpha = \frac{m_4(\delta c)}{m_2^2(\delta c)} \qquad \text{(S13.11)}$$

есть отношение центрального момента четвертого порядка к квадрату центрального момента второго порядка малого расстояния δc. Это отношение зависит от распределения, приписываемого δc. Оно определяет значение $\alpha = 9/5$ при принятии прямоугольного распределения δc, так что в этом случае стандартная неопределенность измерения для диаметра выражается как

$$u^2(d) = u^2(d') + \frac{16}{5} \cdot \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \qquad \text{(S13.12)}$$