

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ
ХАРЬКОВСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЦЕНТР
СТАНДАРТИЗАЦИИ, МЕТРОЛОГИИ И СЕРТИФИКАЦИИ»
/ГП «Харьковстандартметрология»/

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор
Государственного предприятия
«Харьковский региональный научно-
производственный центр
стандартизации, метрологии и
сертификации»



Муденко М.М. Будённый
« 26 » 06 2008 г.

МЕТОДИЧЕСКИЙ ДОКУМЕНТ ПО МЕТРОЛОГИИ

РЕКОМЕНДАЦИЯ

ОЦЕНИВАНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
ПРИ ПРОВЕДЕНИИ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ РАБОТ

ПМ X 33.1405-2005

РАЗРАБОТАНО

Профессор ХНУРЭ

Захаров И.П. Захаров
« 20 » 06 2008 г.

Доцент ХНУРЭ

Сергиенко М.П. Сергиенко
« 20 » 06 2008 г.

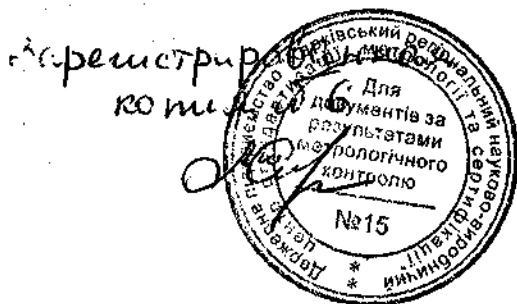
Заместитель генерального директора
ГП «Харьковстандартметрология»

Чепела В.Н. Чепела
« 20 » 06 2008 г.

Инженер ОПКРО

Никитин Д.С. Никитин
« 20 » 06 2008 г.

Харьков, 2008



Нормоконтроль
2008

ПРЕДИСЛОВИЕ

1 РАЗРАБОТАНО:

Государственным предприятием
«Харьковский региональный научно-
производственный центр стандартизации,
метрологии и сертификации»
/ГП «Харьковстандартметрология»/

Харьковским национальным университетом
радиоэлектроники (ХНУРЭ)

2 УТВЕРЖДЕНО:

Генеральным директором Государственного
предприятия «Харьковский региональный
научно-производственный центр
стандартизации, метрологии и сертификации»
М.М. Будённым « 20 » _____ 2008 г.

3 РАЗРАБОТЧИКИ:

Проф. ХНУРЭ, д.т.н. И.П. Захаров

Доц. ХНУРЭ, к.т.н. М.П. Сергиенко

Зам. ген. дир. ГП «Харьковстандартметрология»

В.Н. Чепела

Инженер по метрологии Д.С. Никитин

Право собственности на этот документ принадлежит ГП «Харьковстандартметрология». Тиражировать и распространять его полностью или частично на каких-либо носителях информации без официального разрешения генерального директора ГП «Харьковстандартметрология» запрещено.

СОДЕРЖАНИЕ

	С.
ВВЕДЕНИЕ.....	1
1 ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ.....	1
2 ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЙ.....	2
3 ОБЩИЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ.....	3
3.1 Составление модельного уравнения.....	3
3.2 Оценивание входных величин, внесение поправок на систематические эффекты.....	3
3.3 Вычисление оценки результата измерения.....	3
3.4 Порядок вычисления стандартных неопределенностей входных величин.....	5
3.5 Определение коэффициентов чувствительности.....	6
3.6 Вычисление вклада неопределенности каждой входной величины в неопределенность измеряемой величины.....	6
3.7 Порядок составления бюджета неопределенности.....	6
3.8 Порядок вычисления ковариаций входных величин.....	7
3.9 Определение стандартной неопределенности выходной величины (суммарной стандартной неопределенности).....	7
3.10 Вычисление коэффициента охвата.....	8
3.11 Вычисление расширенной неопределенности.....	10
3.12 Запись полного результата измерения.....	10
4 ВЗАИМНЫЙ ПЕРЕСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТЕЙ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ.....	10
4.1 Пересчет от характеристик погрешности к оценкам неопределенности измерений.....	10
4.2 Пересчет от оценок неопределенности к характеристикам погрешности измерений.....	11
ПРИЛОЖЕНИЕ А Значения коэффициента $t_p(\nu)$ для случайной величины, имеющей распределение Стьюдента с ν степенями свободы для уровня доверия 0,95.....	12
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Примеры оценивания неопределенности измерений.....	12
Б1. ПРИМЕР 1 Оценивание неопределенности при измерении напряжения вольтметром.....	12
Б2. ПРИМЕР 2 Оценивание неопределенности при измерении объема воздуха счётчиком газа.....	14
Б3. ПРИМЕР 3 Оценивание неопределенности при измерении давления манометром.....	15
Б4. ПРИМЕР 4 Оценивание неопределенности при поверке измерителя разности потенциалов ИРПЦ-100.....	17
Б5. ПРИМЕР 5 Оценивание неопределенности при измерении частоты.....	18
Б6. ПРИМЕР 6 Оценивание неопределенности при измерении интервала времени секундомером.....	21
Б7. ПРИМЕР 7 Оценивание неопределенности при измерении твердости твердомером по шкале Роквелла.....	23
Б8. ПРИМЕР 8 Оценивание неопределенности при измерении температуры газов.....	25
Б9. ПРИМЕР 9 Оценивание неопределенности при поверке счётчика газа.....	28
Б10. ПРИМЕР 10 Оценивание неопределенности при поверке рН-метра с помощью буферного раствора.....	30
Б11. ПРИМЕР 11 Оценивание неопределенности при поверке линеек металлических.....	33
Б12. ПРИМЕР 12 Оценивание неопределенности при поверке гирь класса точности М3.....	35
Б13. ПРИМЕР 13 Оценивание неопределенности при поверке весов для статического взвешивания.....	37
Б14. ПРИМЕР 14 Оценивание неопределенности при создании градуировочной характеристики динамометра.....	40
ПРИЛОЖЕНИЕ В Примеры протоколов проведения измерений с оцениванием неопределенностей.....	41
В1. ПРИМЕР 1.....	41
В2. ПРИМЕР 2.....	45
ПРИЛОЖЕНИЕ Г Библиография.....	47

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**РЕКОМЕНДАЦІЯ
ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПІД ЧАС ПРОВЕДЕННЯ
МЕТРОЛОГІЧНИХ РОБІТ****РЕКОМЕНДАЦИЯ
ОЦЕНИВАНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ
МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ РАБОТ****RECOMMENDATION
UNCERTAINTY ESTIMATION IN METROLOGICAL WORKS**

Дата введения 01.07.2008 р.

ВВЕДЕНИЕ

Процессы международной стандартизации оценивания качества измерений и представления их результатов привели к разработке "Руководства по выражению неопределенности измерений" (GUM:1993) [1]. GUM содержит единые в международной практике правила выражения неопределенностей измерений и их суммирования, стандартизации, калибровки средств измерительной техники, аккредитации метрологических служб, измерительных лабораторий и т.д. Укреплению этого процесса способствовало принятие в 1999 году ряда следующих документов: соглашение о взаимном признании (MRA¹⁾) национальных эталонов и сертификатов о калибровке и измерениях, выпускаемых национальными метрологическими институтами [2], подготовленное Международным комитетом по мерам и весам (МКМВ); стандарт ISO/IEC 17025:1999 "Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій" [3], разработанный Международной организацией по стандартизации (ISO) Международной электротехнической комиссией (IEC) взамен ISO/IEC Guide 25:1990; руководство о выражении неопределенности при калибровках EA 4/02 [4], разработанное Европейской ассоциацией по аккредитации лабораторий (EAL) на замену директивы Doc.19-1990 Западно-Европейского Калибровочного Союза (WECC).

Под влиянием процессов внедрения концепции неопределенности в международную метрологическую практику в 1999 году был опубликован перевод ВНИИМ Руководства на русский язык. В 2000 году ВНИИМ была выпущена Рекомендация [5] по применению Руководства, на основе которой в 2001 году был создан межгосударственный документ РМГ 43-2001 [6]. Приказом Госстандарта Украины от 28.12.2001 г. введен в действие ДСТУ ISO/IEC 17025-2001 [7]. Украина с октября 2003 г. также является подписантом MRA.

Настоящая рекомендация предназначена для внедрения концепции неопределенности в отечественную метрологическую практику и регламентирует процедуру оценивания и выражения неопределенности при выполнении практических метрологических работ для конкретных видов измерений. Рекомендация выполнена с учетом положений, рассмотренных в перечисленных документах и ряда новых работ, появившихся после опубликования Руководства и направленных на устранение ограничений, накладываемых при реализации общего алгоритма, приведенного в Руководстве. Рекомендация прошла практическую апробацию во всех метрологических подразделениях ГП «Харьковстандартметрология» в 2006-2008 годах.

1 ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

1.1 Рекомендация предназначена для оценивания неопределенности в измерениях.

1.2 Рекомендация содержит правила выражения отдельных составляющих неопределенности,

¹⁾ MRA – The Mutual Recognition Arrangement

а также порядок их суммирования для прямых, косвенных и совместных измерений с правилами представления результатов измерений.

1.3 Рекомендация регламентирует порядок оценивания неопределенности в измерениях при проведении метрологических работ.

1.4 Рекомендация предназначена для применения в ГП «Харьковстандартметрология». Данная Рекомендация может также применяться и другими территориальными органами Госпотребстандарта Украины.

2 ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЙ

Основные термины и определения соответствуют рекомендациям по межгосударственной стандартизации РМГ 29-99 [8], РМГ 43-2001 [6], ДСТУ 2681[9].

Кроме того, использован ряд определений, конкретизирующих особенности оценивания неопределенности в измерениях испытательных лабораторий.

Физическая величина (величина, ФВ)

Одно из свойств физического объекта (физической системы, явления, процесса) общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них [8].

Измерение физической величины

Совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, обеспечивающих нахождение соотношения (в явном или неявном виде) измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины [8].

Измерение однократное

Измерение, выполненное один раз [8].

Измерение многократное

Измерение ФВ одного и того же размера, результат которого получен из нескольких следующих друг за другом измерений, т.е. состоящее из ряда однократных измерений [8].

Измерение прямое

Измерение, при котором искомое значение ФВ получают непосредственно [8].

Измерение косвенное

Определение искомого значения ФВ на основании результатов прямых измерений других ФВ, функционально связанных с искомой величиной [8].

Неопределенность измерений

Параметр, связанный с результатом измерений и характеризующий рассеяние значений, которые можно приписать измеряемой величине [6].

Неопределенность категории А

Неопределенность измерений, оцениваемая путем статистической обработки результатов многократных измерений [2].

Неопределенность категории В

Неопределенность измерений, оцениваемая нестатистическими методами [6].

Стандартная неопределенность

Неопределенность результата измерений, выраженная в виде стандартного (среднего квадратического) отклонения [6].

Суммарная неопределенность

Стандартная неопределенность результата измерения, полученная через значения других величин, равная положительному квадратному корню из суммы членов, причем члены являются дисперсиями или ковариациями этих других величин, взвешенные в соответствии с тем, как результат измерений изменяется при изменении этих величин [6].

Расширенная неопределенность

Величина, определяющая интервал вокруг результата измерений, в пределах которого, как можно ожидать, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могли бы быть приписаны измеряемой величине [6].

3 ОБЩИЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Обработку неопределенности результатов любых измерений в общем случае производят по алгоритму, изображенному на рис. 1 [10].

Структура этого алгоритма и реализация ряда его блоков имеют специфику для конкретной разновидности измерений. Ниже будут рассмотрены те блоки базового алгоритма, которые являются общими для всех уравнений измерений.

3.1 Составление модельного уравнения

Модельное уравнение выражает зависимость между выходной Y и входными X_1, \dots, X_m величинами:

$$Y = f(X_1, \dots, X_m). \quad (1)$$

В качестве входных величин в модельное уравнение, кроме непосредственно измеряемых величин, входят переменные, значения которых и их неопределенности известны из внешних источников, а также поправки к результату измерения на известные систематические эффекты, основные и дополнительные абсолютные погрешности используемых средств измерения. При составлении модельного уравнения используют рекомендации, приведенные в МІ 13.002 -2003 [11].

3.2 Оценивание входных величин, внесение поправок на систематические эффекты

Значения входных величин находят путем их измерения с однократными или многократными наблюдениями или оценивания из внешних источников. При проведении многократных измерений за значение i -ой входной величины x_i принимают среднее арифметическое n_i результатов ряда отдельных наблюдений x_{iq} :

$$x_i = \bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{q=1}^{n_i} x_{iq}. \quad (2)$$

В полученные значения x_1, \dots, x_m вносят поправки на известные систематические эффекты. Эти поправки вносятся в модельное уравнение в качестве входных величин и сами являются источниками неопределенности.

3.3 Вычисление оценки результата измерения

Оценку выходной величины y получают при подстановке в модельное уравнение оценок

ВХОДНЫХ ВЕЛИЧИН:

$$y = f(x_1, \dots, x_m). \quad (3)$$

В некоторых случаях (при равном числе наблюдений n измеряемых многократно входных величин) для уменьшения влияния нелинейности модельного уравнения и корреляции между входными величинами оценку выходной величины получают методом приведения:

$$y = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n f(x_{1q}, x_{2q}, \dots, x_{mq}). \quad (4)$$

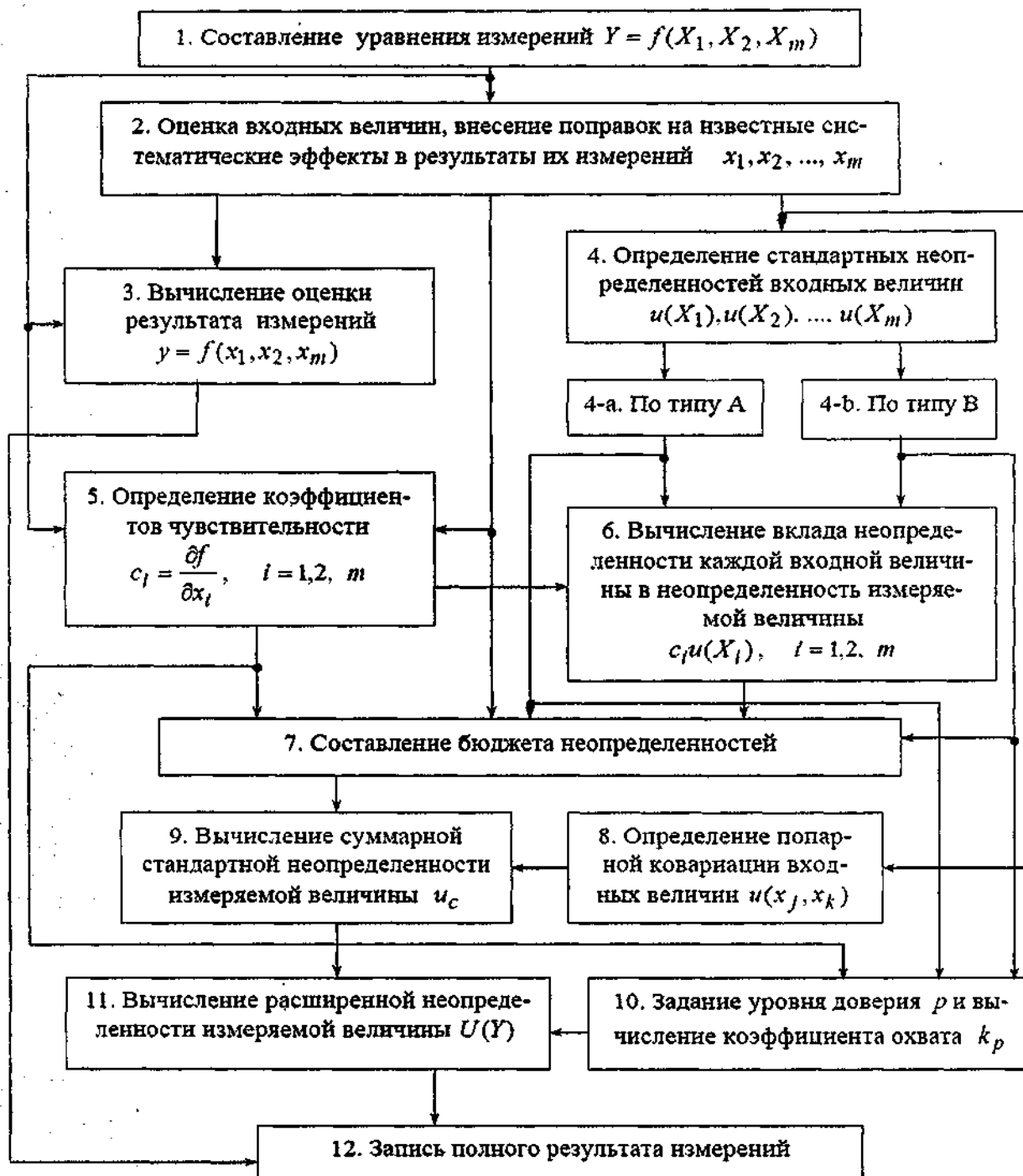


Рисунок 1 – Общий алгоритм оценивания неопределенности

3.4 Вычисление стандартных неопределенностей входных величин

Стандартные неопределенности входных величин выражаются в виде стандартных отклонений и находятся статистическими и нестатистическими методами, получая, соответственно, стандартные неопределенности типа A (u_A) или стандартные неопределенности типа B (u_B)

3.4.1 Стандартная неопределенность измерения типа A i -ой входной величины находится по формуле

$$u_A(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i(n_i - 1)}} \quad (5)$$

Она соответствует среднему квадратическому отклонению (СКО) результата измерения (среднего арифметического) i -ой входной величины.

3.4.2 Стандартная неопределенность типа B i -ой входной величины находится в зависимости от априорной информации об изменчивости входной величины (табл. 1)

Таблица 1 - Вычисление стандартной неопределенностей типа B входных величин

№ пп.	Априорная информация об изменчивости входной величины	Оценка стандартной неопределенности типа B
1	Известно стандартное отклонение i -ой входной величины $s(X_i)$	Принимается равной известному стандартному отклонению $u_B(X_i) = s(X_i)$
2	Известны ранее выполненные результаты многократных наблюдений i -ой входной величины x_{iq} , $q = 1, 2, \dots, n_i$	Вычисляется как стандартное отклонение $u_A(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i(n_i - 1)}}$, где $\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{q=1}^{n_i} x_{iq}$
3	Можно оценить лишь верхнюю и нижнюю границы входной величины a_+ , a_- , причем $\theta = \frac{a_+ - a_-}{2}$	Вычисляется по формуле: $u_B(x_i) = \theta_i / \alpha_i$, где θ_i – границы i -ой составляющей неисключённой систематической погрешности (НСП); α_i – коэффициент, соответствующий принимаемому закону распределения внутри границ $\pm\theta$, НСП; для равномерного (или неизвестного) закона распределения $\alpha_i = \sqrt{3}$; для треугольного закона распределения ¹⁾ $\alpha_i = \sqrt{6}$; для закона арксинуса $\alpha_i = \sqrt{2}$ и т.д.
4	Известны интервалы U_{pi} с уровнем доверия p	В предположении нормального закона распределения определяется как $u_B(X_i) = U_{pi} / k_p$, где k_p – коэффициент охвата для нормального распределения, равный соответственно 1,64; 1,96 и 2,58 для уровня доверия $p = 0,9$; 0,95 и 0,99.

¹⁾ Треугольный закон распределения принимается, когда входная величина может являться суммой или разностью двух величин, распределенных равномерно с одинаковыми значениями диапазонов, а также когда значения входной величины возле границ менее вероятны, чем те, которые находятся возле центра распределения (например, при оценивании неопределенности объема мерной посуды).

3.5 Определение коэффициентов чувствительности

Коэффициенты чувствительности c_i показывают, как оценка выходной величины y изменяется с изменением оценок входных величин x_1, \dots, x_m . Их находят как частные производные выходной величины по каждой из входной величин, оцененные при значениях входных величин:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{x_1, x_2, \dots, x_m} \quad (6)$$

3.5.1 При прямых измерениях все коэффициенты чувствительности равны 1.

3.5.2 При линейной модельной функции

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_m X_m, \quad (7)$$

коэффициенты чувствительности равны постоянным коэффициентам при входных величинах

$$c_1 = a_1; c_2 = a_2; \dots; c_m = a_m. \quad (8)$$

3.5.3 При модельной функции в виде произведения (частного от деления) степенных одночленов

$$Y = b X_1^{a_1} \times X_2^{a_2} \times \dots \times X_m^{a_m}, \quad (9)$$

коэффициенты чувствительности находят как

$$c_i = a_i y / x_i \quad (10)$$

Коэффициенты чувствительности соответствуют коэффициентам влияния, определяемым при оценивании погрешностей косвенных измерений при нелинейной зависимости.

3.6 Вычисление вклада неопределенности каждой входной величины в неопределенность измеряемой величины

Вклад неопределенности $u_i(y)$ каждой входной величины X_i в неопределенность $u(y)$ измеряемой величины Y (суммарную неопределенность) определяют как произведение коэффициента чувствительности на неопределенность входной величины:

$$u_i(y) = c_i u(x_i). \quad (11)$$

3.7 Порядок составления бюджета неопределенности

Анализ неопределенности измерения, часто также называемый бюджетом неопределенности, должен содержать список всех входных величин X_1, \dots, X_m , их оценок x_1, \dots, x_m вместе с принадлежащими им стандартными неопределенностями измерения $u(x_i)$ и законами их распределения, а также числами степеней свободы (табл. 2).

Таблица 2 - Схема бюджета неопределенности

Входная величина X_i	Оценка входной величины x_i	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности c_i	Вклад неопределенности $u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$	$n_1 - 1$ (∞)	Закон	c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	$n_2 - 1$ (∞)	Закон	c_2	$u_2(y)$
...
X_m	x_m	$u(x_m)$	$n_m - 1$ (∞)	Закон	c_m	$u_m(y)$
Выходная величина Y	Оценка выходной величины y	Стандартная суммарная неопределенность $u_c(y)$	Эффективное число степеней свободы ν_{eff}	Уровень доверия $p = 0,95$	Коэффициент охвата k	Расширенная неопределенность U

Для неопределенностей типа *A*, полученных из многократных повторных наблюдений, число степеней свободы ν_i - на единицу меньше числа n_i проведенных наблюдений $\nu_i = n_i - 1$; для неопределенности типа *B* - число степеней свободы равно бесконечности (∞). Кроме этого, для каждой величины таблица должна содержать коэффициент чувствительности c_i и вклад неопределенности $u_i(y) = c_i u(x_i)$. Для занесенных в таблицу числовых значений должны указываться единицы измерения для соответствующей величины. Расположенные внизу заштрихованные ячейки таблицы остаются незаполненными.

3.8 Порядок вычисления ковариаций входных величин

Входные величины могут быть попарно коррелированы. Корреляция возникает в следующих случаях:

3.8.1 При одновременном наблюдении обеих входных величин X_i и X_k в одном измерительном эксперименте (наблюдаемая корреляция). В этом случае ковариация вычисляется по типу *A* по формуле

$$u(\bar{x}_i, \bar{x}_k) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_k). \quad (12)$$

3.8.2 При наличии зависимости обеих входных величин X_i и X_k от одних и тех же независимых друг от друга переменных Q_l , $l = 1, 2, \dots, L$ (которые появляются при использовании одних и тех же средств измерений, исходных величин или методов измерений - предполагаемая или логическая корреляция):

$$X_i = f_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_L); \quad X_k = f_k(Q_1, Q_2, \dots, Q_L).$$

Предполагаемая ковариация вычисляется по типу *B* по формуле

$$u(x_i, x_k) = \sum_{l=1}^L c_{il} \times c_{kl} \times u^2(Q_l), \quad (13)$$

где c_i , c_k - коэффициенты чувствительности, выведенные из функций f_i и f_k по аналогии с выражениями (6) - (10);

$u(Q_l)$ - стандартные неопределенности переменных Q_l , $l = 1, 2, \dots, L$

3.8.3. Ковариацию двух входных величин X_i и X_k можно выразить через коэффициент корреляции $\rho_{i,k}$, определяемый как

$$\rho_{i,k} = \frac{u(x_i, x_k)}{u(x_i)u(x_k)}, \quad (14)$$

причем $-1 \leq \rho_{i,k} \leq 1$.

В этом случае $u(x_i, x_k) = \rho_{i,k} u(x_i)u(x_k)$.

3.8.4. При наличии зависимости обеих входных величин X_i и X_k только от одной переменной Q коэффициент предполагаемой корреляции равен ± 1 [12].

Для полученных ковариаций удобно составить бюджет, аналогичный бюджету неопределенностей (табл. 3). На главной диагонали таблицы будут находиться вариации (дисперсии) входных величин.

3.9 Определение стандартной неопределенности выходной величины (суммарной стандартной неопределенности)

Определение стандартной неопределенности выходной величины осуществляется по формулам, называемым законом распространения неопределенности.

Таблица 3 - Схема бюджета ковариаций

Входные величины	x_1	x_2	...	x_N
x_1	$u^2(x_1)$	$u(x_1, x_2)$...	$u(x_1, x_N)$
x_2	$u(x_1, x_2)$	$u^2(x_2)$...	$u(x_2, x_N)$
...
x_m	$u(x_1, x_N)$	$u(x_2, x_N)$...	$u^2(x_N)$

3.9.1 При отсутствии корреляций между входными величинами стандартная неопределенность выходной величины определяется как

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2(y)} = \sqrt{c_1^2 u^2(x_1) + c_2^2 u^2(x_2) + \dots + c_m^2 u^2(x_m)}. \quad (15)$$

3.9.2 При наличии корреляций между входными величинами стандартная неопределенность выходной величины определяется как

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{k=i+1}^m c_i c_k u(x_i, x_k)}. \quad (16)$$

Например, для двух коррелированных величин

$$u_{1,2}(y) = \sqrt{u_1^2(y) + 2c_1 c_2 u(x_1, x_2) + u_2^2(y)}. \quad (17)$$

При наличии бюджета ковариаций к квадратам вкладов входных величин добавляются все ковариации из табл. 3.

Для оценивания неопределенности выходной величины при наличии корреляций коррелированные величины объединяются в единый блок. Тогда для каждого такого блока можно оценить его вклад неопределенности (например, $u_{1,2}(y)$) в неопределенность выходной величины $u(y)$, их число степеней свободы ($\nu_{1,2}$) и закон распределения. Число степеней свободы для вклада неопределенности с корреляцией, оцененной по типу A, будет равно $(n - 1)$, а для типа B – бесконечности. При равенстве коэффициента корреляции блока ± 1 его вклад неопределенности оценивается как

$$u_{1,2}(y) = |u_1(y) \pm u_2(y)| = |c_1 u(x_1) \pm c_2 u(x_2)|. \quad (18)$$

3.10 Вычисление коэффициента охвата

Коэффициент охвата k представляет собой множитель, на который умножают стандартную суммарную оценку неопределенности для получения расширенной неопределенности. Его приближенное значение для уровня доверия 0,95 равно 2. Более точные значения коэффициентов охвата можно получить, учитывая композицию законов распределения входных величин.

3.10.1 При оценивании неопределенности результата многократных измерений GUM рекомендует брать в качестве коэффициента охвата k коэффициент из распределения Стьюдента для уровня доверия 0,95 (Приложение А) и эффективного числа степеней свободы ν_{eff} , определяемого по формуле Велча-Саттерсвейта:

$$\nu_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^m u_i^4(y)/\nu_i}, \quad (19)$$

где ν_i – число степеней свободы для i -ой входной величины, определяемое в соответствии с пп. 3.7.

Для прямых многократных измерений (или для косвенных многократных измерений с одинаковым числом результатов измерений n) эта формула может быть представлена в виде

$$v_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c(y)}{u_A(y)} \right)^4, \quad (20)$$

где u_A и $u_c(y)$ – соответственно стандартная неопределенность по типу A выходной величины и суммарная стандартная неопределенность, рассчитанные в соответствии с законом распространения неопределенности (пп. 3.9).

3.10.2 При оценивании всех неопределенностей по типу B значение коэффициента охвата определяется из табл. 4, 5 [15].

Таблица 4 - Значение коэффициента охвата k_B при равномерно распределенных входных величинах

$ u_2(y)/u_1(y) $	1...0,8	0,9	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
k_B	1,94	1,93	1,92	1,90	1,87	1,82	1,75	1,68

В таблице 4 приведены значения коэффициента охвата при равномерно распределенных входных величинах. Величина $|u_2(y)/u_1(y)|$ соответствует отношению двух наибольших вкладов из бюджета неопределенности, причем $u_1(y) \geq u_2(y)$. При наличии вклада неопределенности, распределенного по треугольному закону, его представляют как композицию двух вкладов, распределенных по равномерному закону, причем неопределенность каждого вклада в $\sqrt{2}$ раз меньше неопределенности исходного вклада.

При наличии нормально распределенных вкладов неопределенности их объединяют в единый вклад с неопределенностью, рассчитанной в соответствии с законом распространения неопределенности (пп. 3.9). Значения коэффициента охвата для отношения неопределенности нормально распределенного блока к неопределенности наибольшего равномерно распределенного вклада $|u_n(y)/u_1(y)|$ при разных отношениях второго по величине равномерно распределенного вклада к наибольшему равномерно распределенному вкладу $|u_2(y)/u_1(y)|$ приведены в таблице 5.

Таблица 5 - Значение коэффициента охвата при равномерно и нормально распределенных входных величинах

$u_2(y)/u_1(y)$	$ u_n(y)/u_1(y) $									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	1,65	1,69	1,73	1,77	1,81	1,84	1,87	1,89	1,91	1,92
0,1	1,68	1,7	1,74	1,78	1,82	1,85	1,87	1,89	1,91	1,92
0,2	1,73	1,75	1,78	1,81	1,84	1,86	1,88	1,9	1,91	1,92
0,3	1,8	1,81	1,82	1,84	1,86	1,88	1,89	1,91	1,92	1,93
0,4	1,85	1,85	1,86	1,87	1,88	1,89	1,91	1,92	1,92	1,93
0,5	1,88	1,89	1,89	1,9	1,9	1,91	1,92	1,92	1,93	1,94
0,6	1,91	1,91	1,91	1,91	1,92	1,92	1,93	1,93	1,93	1,94
0,7	1,92	1,92	1,92	1,92	1,93	1,93	1,93	1,94	1,94	1,94
0,8	1,93	1,93	1,93	1,93	1,93	1,93	1,94	1,94	1,94	1,94
0,9...1,0	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94

3.11 Вычисление расширенной неопределенности

Расширенную неопределенность получают путем умножения неопределенности выходной величины (суммарной стандартной неопределенности) на коэффициент охвата:

$$U = k \times u(y). \quad (21)$$

3.12 Запись полного результата измерения

Полный результат измерения включает в себя оценку выходной величины и приписанное ей значение расширенной неопределенности с указанием уровня доверия:

$$Y = y \pm U, p = 0,95 \quad (22)$$

Значение расширенной неопределенности указывается с числом значащих цифр, не больше двух. Результат измерения, как и значения входных величин, округляют так, чтобы они соответствовали своим неопределенностям, например, если $Y = 10,05762$ Ом с расширенной неопределенностью $U = 27$ мОм; то следует записывать $Y = 10,058 \pm 0,027$ Ом.

4 ВЗАИМНЫЙ ПЕРЕСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТЕЙ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Производится при проведении совместных работ с зарубежными странами в работах, проводимых под эгидой МКМВ, при подготовке публикаций в зарубежной печати, при публикациях работ по определению физических констант и в других случаях, связанных с выполнением международных метрологических работ.

4.1 Пересчет от характеристик погрешности к оценкам неопределенности измерений [20]

Исходными данными для расчета неопределенности являются

- оценка СКО S результата измерения¹⁾;
- оценка НСП в виде границ $\theta(p)$ для заданной доверительной вероятности p ;
- число составляющих НСП m .
- количество результатов наблюдений n , взятых для вычисления среднего арифметического в качестве оценки результата измерения.

Используя эти исходные данные, получаем:

- оценку стандартной неопределенности по типу A

$$\hat{u}_A = S$$

- оценку стандартной неопределенности по типу B

$$\hat{u}_B = \frac{\theta(p)}{K(p)\sqrt{3}},$$

где коэффициент $K(p) = 1,1$ для $p = 0,95$; $K(p) = 1,4$ для $p = 0,99$ и $m > 4$ ²⁾;

- оценку суммарной неопределенности

$$\hat{u}_c = \sqrt{\hat{u}_A^2 + \hat{u}_B^2}$$

- оценку эффективного числа степеней свободы³⁾

¹⁾ В качестве результата измерения принимается среднее арифметическое исправленных результатов отдельных наблюдений измеряемой величины.

²⁾ При невыполнении этого неравенства следует находить коэффициент $K(p)$ как доверительный коэффициент из композиции равномерных законов распределения составляющих НСП [14].

³⁾ При вычислении числа степеней свободы полученное дробное значение округляется до ближайшего меньшего целого числа.

$$v_{eff} = (n-1) \left(\frac{\hat{u}_c(y)}{\hat{u}_A(y)} \right)^4$$

- оценку коэффициента охвата k как коэффициента Стьюдента $t_p(v_{eff})$ для заданной вероятности p и полученной оценки числа степеней свободы \hat{v}_{eff} ;

- оценку расширенной неопределенности

$$\hat{U}_p = k\hat{u}_c.$$

4.2 Пересчет от неопределенности к характеристикам погрешности измерений

Исходными данными при представлении неопределенности для расчета оценок характеристик погрешности являются [20]:

- расширенная неопределенность U_p ;

- коэффициент охвата k ;

- уровень доверия p .

Дополнительно к перечисленным, для расчета всех оценок характеристик погрешностей необходимо иметь

- количество результатов наблюдений n ;

В этом случае можно получить:

- оценку СКО, характеризующего суммарную погрешность

$$\hat{S}_\Sigma = \frac{U_p}{k} = u_c;$$

- оценку СКО случайной погрешности результата измерений

$$\hat{S} = u_A = \hat{S}_\Sigma \times \sqrt{(n-1)/v_{eff}},$$

где эффективное число степеней свободы определяется по таблице распределения Стьюдента для вероятности 0,95 и известного значения коэффициента Стьюдента, равного коэффициенту охвата k ;

- оценку СКО, характеризующего НСП

$$\hat{S}_\theta = u_B = \sqrt{\hat{S}_\Sigma^2 - \hat{S}^2};$$

- оценку доверительных границ НСП

$$\hat{\theta}(p) = K_p \sqrt{3} \hat{S}_\theta,$$

где коэффициент $K(p) = 1,1$ для $p = 0,95$; $K(p) = 1,4$ для $p = 0,99$ и $m > 4$;

- оценку доверительных границ погрешности

$$\Delta_p = \frac{t_p(n-1)\hat{S} + \hat{\theta}(p)}{\hat{S} + \hat{S}_\theta} \hat{S}_\Sigma,$$

где $t_p(n-1)$ - коэффициент Стьюдента для заданной вероятности p и числа степеней свободы $(n-1)$.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Значения коэффициента $t_p(\nu)$ для случайной величины, имеющей распределение Стьюдента с ν степенями свободы для уровня доверия 0,95

ν	$t_p(\nu)$	ν	$t_p(\nu)$	ν	$t_p(\nu)$	ν	$t_p(\nu)$
1	12,71	11	2,20	21	2,08	35	2,03
2	4,30	12	2,18	22	2,07	40	2,02
3	3,18	13	2,16	23	2,07	45	2,01
4	2,78	14	2,15	24	2,06	50	2,01
5	2,57	15	2,13	25	2,06	60	2,00
6	2,45	16	2,12	26	2,06	70	1,99
7	2,37	17	2,11	27	2,05	80	1,99
8	2,31	18	2,10	28	2,05	90	1,99
9	2,26	19	2,09	29	2,05	100	1,98
10	2,23	20	2,09	30	2,04	∞	1,96

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Примеры оценивания неопределённости измерений

Прямые однократные измерения

Б1. ПРИМЕР 1 [16]. Оценивание неопределённости при измерении напряжения вольтметром.

Производится измерение напряжения постоянного тока с помощью вольтметра В7-37. Показания вольтметра $V_x = 1,347$ В. Необходимо определить результат измерения и оценить неопределенность измерения напряжения.

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений: измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха $+25^\circ\text{C}$;

б) анализ схемы измерения: напряжение измеряется на выходе источника с внутренним сопротивлением $R = (100 \pm 10)$ кОм; предел измерения прибора – 2 В;

в) анализ технических характеристик прибора:

– температура окружающего воздуха от 5 до 40°C ;

– степень квантования прибора составляет цену единицы младшего разряда;

– предел основной относительной погрешности прибора при измерении постоянного напряжения на поддиапазонах 0,2 и 2 В равен значениям, вычисляемым по формуле

$$\delta = \pm \left[0,25 + 0,2 \left(\frac{V_k}{V_x} - 1 \right) \right] \%,$$

где V_k - значение установленного поддиапазона измерения, В; V_x - показание прибора, В.

– предел дополнительной погрешности прибора, вызванной изменением температуры окружающего воздуха от нормальной до любой в пределах рабочей области температуры, не более предела основной погрешности на каждые 10°C изменения температуры.

2 Определяем составляющие $u_i(V)$ суммарной неопределенности измерения напряжения.

1) Основная неопределенность измерения вычисляется через выражение для основной относительной погрешности δ в предположении о равновероятном распределении погрешности внутри границ.

Поскольку границы относительной погрешности равны

$$\delta = \pm \left[0,25 + 0,2 \left(\frac{V_k}{V_x} - 1 \right) \right] = \pm \left[0,25 + 0,2 \left(\frac{2}{1,347} - 1 \right) \right] = \pm 0,347\%,$$

то границы абсолютной погрешности определяются как

$$\Delta = \delta \times V_x / 100 = \frac{\pm 0,347 \times 1,347}{100} = \pm 0,00467 \text{ В.}$$

Отсюда можно рассчитать основную неопределенность измерений:

$$u_1 = \frac{0,00467}{1,732} = 0,0027 \text{ В.}$$

2) Неопределенность, обусловленная отклонением температуры от нормальной (20 °С).

Поскольку измерения производились в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха +25 °С, а предел дополнительной погрешности прибора, вызванной изменением температуры окружающего воздуха от нормальной до любой в пределах рабочей области температуры, составляет не более предела основной погрешности на каждые 10 °С изменения температуры, то дополнительная температурная неопределенность будет равна

$$u_2 = \frac{25 - 20}{10} u_1 = 0,5u_1 = 0,00135 \text{ В.}$$

3) Неопределенность квантования u_3 измеряемого напряжения равна границе погрешности квантования, деленной на коэффициент охвата для равномерного закона распределения

$$u_3 = \frac{0,0005}{\sqrt{3}} \approx 0,00029 \text{ В.}$$

3 Составляем бюджет неопределенности.

Таблица Б1.1 - Бюджет неопределенности измерения напряжения

Входные величины	Оценки входных величин	Стандартная неопределенность входных величин	Распределения вероятностей
Индицируемое напряжение V_x	1,347 В	—	—
Основная погрешность	—	$u_1 = 0,0027 \text{ В}$	Равномерный
Температурная погрешность	—	$u_2 = 0,00135 \text{ В}$	Равномерный
Погрешность квантования	—	$u_3 = 0,00029 \text{ В}$	Равномерный
Y	1,347 В	$u(Y) = 0,003 \text{ В}$	

4 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

5 Находим суммарную неопределенность выходной величины в соответствии с выражением (15)

$$u_c(Y) = \sqrt{(0,0027)^2 + (0,00135)^2 + (0,00029)^2} = 0,00303 \text{ В.}$$

6 Рассчитаем расширенную неопределенность, воспользовавшись данными табл. 4. С учетом того, что все пять составляющих распределены по равномерному закону и отношение $|u_2/u_1| = 0,5$ для уровня доверия $p = 0,95$, получаем $k = 1,9$, следовательно,

$$U = k u_c(Y) = 1,9 \times 0,00303 = 0,0058 \text{ В.}$$

7 Записываем результат измерения в виде

$$V = (1,347 \pm 0,006) \text{ В}, p = 0,95.$$

Б2. ПРИМЕР 2 Оценивание неопределённости при измерении объёма воздуха счётчиком газа.

Измерение объёма воздуха проводилось счётчиком газа барабанным РГ-7000 с пределом основной относительной погрешности $\pm 1\%$. Измеренный объём при однократном измерении – 50,0 л. Необходимо определить результат измерения и оценить неопределённость измерения объёма воздуха.

1 Составляем спецификацию измерений:

- а) измерение проводилось при температуре окружающей среды $+22^\circ\text{C}$;
- б) диапазон рабочих температур счётчика газа от 10 до 35°C ;
- в) дискретность отсчёта счётчика газа – $0,1$ л.

2 Определяем составляющие суммарной неопределённости измерения объёма воздуха:

1) находим максимальное значение основной абсолютной погрешности

$$\Delta = \pm \frac{\delta \times V_o}{100} = \frac{1,0 \times 50}{100} = \pm 0,2 \text{ л}$$

2) границы погрешности отсчёта счётчика газа - $\Delta_{отс} = \pm 0,05$ л

3) находим стандартную неопределённость (для основной погрешности) в предположении равномерного закона распределения ее внутри границ:

$$u_{\Delta} = \frac{\Delta}{\alpha},$$

$$u_{\Delta} = \frac{0,2}{\sqrt{3}} = 0,115 \text{ л.}$$

4) находим стандартную неопределённость для погрешности дискретности отсчёта, которая равна значению дискретности отсчёта, деленной на коэффициент охвата для равномерного закона распределения:

$$u_{отс} = \frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,0289 \text{ л.}$$

3 Составляем бюджет неопределённости.

Таблица Б2.1 - Бюджет неопределённости измерения объёма воздуха

Входные величины	Оценки входных величин	Стандартная неопределённость входных величин	Распределения вероятностей
Измеренный объём воздуха	50,0 л	–	–
Основная погрешность	–	$u_{\Delta} = 0,115$ л	Равномерный
Погрешность дискретности	–	$u_{отс} = 0,0289$ л	Равномерный
Y	50,0 л	$u_c = 0,1185$ л	

4 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

5 Находим суммарную неопределенность выходной величины в соответствии с выражением (15)

$$u_c = \sqrt{\sum u_i^2} = \sqrt{0,115^2 + 0,0289^2} = 0,1185 \text{ л}$$

6 Рассчитываем расширенную неопределенность:

$$U = k u_c$$

С учетом того, что составляющие распределены по равномерному закону и отношение

$$\frac{u_{отс}}{u_\rho} = \frac{0,0289}{0,115} = 0,25, \text{ для уровня доверия } P=0,95 \text{ получаем } k = 1,79.$$

$$U = 1,79 \times 0,1185 = 0,212 \text{ л.}$$

7 Результат измерения записываем в виде:

$$V = (50,00 \pm 0,21) \text{ л, } p=0,95$$

Б3. ПРИМЕР 3 Оценивание неопределённости при измерении давления манометром

Измерение давления в системе проводилось манометром МТП-100 кл. 2,5 с диапазоном от 0 до 16 кгс/см². Полученное значение давления при однократном измерении 10,2 кгс/см². Необходимо определить результат измерения и оценить неопределенность измерения давления.

1 Составляем спецификацию измерений:

- измерение проводилось при температуре окружающей среды +30 °С;
- диапазон рабочих температур манометра от -10 до +50 °С;
- дискретность отсчёта манометра - 0,1 кгс/см².

2 Определяем составляющие суммарной неопределенности измерения давления:

1) находим максимальное значение основной абсолютной погрешности

$$\Delta = \pm \frac{\gamma \times D}{100} = \frac{2,5 \times 16}{100} = \pm 0,4 \text{ кгс/см}^2$$

2) Неопределенность, обусловленная отклонением температуры от нормальной (20 °С) - дополнительная абсолютная погрешность при температуре 30 °С:

приведенная погрешность $\gamma_i = \pm k \times \Delta t$

$k=0,1$ -для данного типа манометра (из паспорта)

$$\gamma_i = \pm 0,1 \times (30^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = \pm 1,0 \%$$

$$\Delta_i = \pm \frac{\gamma_i \times D}{100} = \pm 0,16 \text{ кгс/см}^2$$

3) границы погрешности отсчёта манометра $\Delta_{отс.} = \pm 0,05 \text{ кгс/см}^2$

4) находим стандартную неопределенность (для основной погрешности):

α для равномерного закона распределения равен $\sqrt{3}$

$$u = \frac{\Delta}{\alpha}$$

$$u = \frac{0,4}{\sqrt{3}} = \frac{0,4}{1,732} = 0,23 \text{ кгс/см}^2$$

5) находим стандартную неопределенность для дополнительной абсолютной погрешности:

$$u_{\Delta} = \frac{\Delta_t}{\alpha} = \frac{0,16}{1,732} = 0,09 \text{ кгс/см}^2$$

б) находим стандартную неопределенность для погрешности дискретности отсчёта, которая равна значению дискретности отсчёта, деленной на коэффициент охвата для равномерного закона распределения:

$$u_{отс} = \frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,0289 \text{ кгс/см}^2$$

3 Составляем бюджет неопределенности.

Таблица Б3.1 - Бюджет неопределенности измерения давления

Входные величины	Оценки входных величин	Стандартная неопределенность входных величин	Распределения вероятностей
Измеренное давление	10,2 кгс/см ²	—	—
Основная погрешность	—	$u = 0,23 \text{ кгс/см}^2$	Равномерный
Температурная погрешность	—	$u_{\Delta} = 0,09 \text{ кгс/см}^2$	Равномерный
Погрешность дискретности	—	$u_{отс} = 0,0289 \text{ кгс/см}^2$	Равномерный
Y	10,2 кгс/см ²	$u_c = 0,249 \text{ кгс/см}^2$	

4 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

5 Находим суммарную неопределенность выходной величины в соответствии с выражением (15)

$$u_c = \sqrt{\sum u_i^2} = \sqrt{0,23^2 + 0,09^2 + 0,0289^2} = 0,249 \text{ кгс/см}^2$$

6 Рассчитываем расширенную неопределенность результата измерения для уровня доверия 0,95:

$$U = k u_c$$

С учетом того, что составляющие распределены по равномерному закону и отношение

$$\frac{u_{\Delta}}{u} = \frac{0,09}{0,23} = 0,4, \text{ для уровня доверия } P=0,95 \text{ получаем } k = 1,87$$

$$U = 1,87 \times 0,249 = 0,465 \text{ кгс/см}^2$$

7 Результат измерения записываем в виде:

$$(10,2 \pm 0,5) \text{ кгс/см}^2, P=0,95$$

Б4. ПРИМЕР 4 Оценивание неопределенности при поверке измерителя разности потенциалов ИРПЦ-100

Измерения напряжения производились в контрольных точках 0,1В; 0,5 В; 2,0 В; 10,0 В; 15,0 В; 19,90 В; 20,1В; 35,0 В; 50,0 В; 60,0 В; 75,0 В; 99,9 В. В качестве рабочего эталона выступал прибор для поверки вольтметров, дифференциальный вольтметр В1-12. Необходимо определить результат измерения и оценить неопределенность измерения давления.

1 Условия проведения поверки:

Температура: 21 °С; атмосферное давление: 101,2 кПа; относительная влажность 60 %.

2 Определяем составляющие суммарной неопределенности измерения напряжения:

Определение основной абсолютной погрешности.

Неопределенность измерений рассчитана исходя из следующего:

- измерения проводились в нормальных условиях, т.е. дополнительная погрешность прибора В1-12 отсутствует;

- измерения в контролируемых точках однократные, т.е. неопределенность измерения прибором В1-12 рассчитана по типу Б в предположении, что закон распределения равновероятный, доверительная вероятность равна 0,95; допускаемые границы отклонения в контролируемых точках взяты из ТО на прибор В1-12 по формуле

$$u_{В1-12} = \frac{\Delta}{\sqrt{3}},$$

где Δ – границы допускаемой абсолютной погрешности прибора В1-12.

- неопределенность дискретизации прибора ИРПЦ-100 рассчитывалась по формуле

$$u_{ИРПЦ} = \frac{\Delta_r}{2\sqrt{3}},$$

где Δ_r – значение единицы младшего разряда на соответствующем пределе измерений ИРПЦ-100.

3 Составляем бюджет неопределенности.

Таблица Б4.1 - Бюджет неопределенности измерения напряжения для контрольной точки 0,1 В

Входные величины	Оценки входных величин	Стандартная неопределенность входных величин	Распределения вероятностей
Измеренное напряжение	0,11 В	–	–
Погрешность В1-12	–	$u_{В1-12} = 2,89 \times 10^{-6}$ В	Равномерный
Погрешность Дискретности ИРПЦ-100	–	$u_{ИРПЦ} = 5,77 \times 10^{-3}$ В	Равномерный
<i>У</i>	0,11 В	$u_c = 5,78$ В	

4 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

5 Аналогично составляются бюджеты неопределенности для других контрольных точек. - суммарная стандартная неопределенность рассчитана по формуле

$$u_c = \sqrt{u_{В1-12}^2 + u_{ИРПЦ}^2}$$

6 Рассчитываем расширенную неопределенность результата измерения для уровня доверия 0,95:

$$U = k u_c$$

7 Коэффициент охвата принимаем равным 1,65 (закон распределения равномерный, доверительная вероятность – 0,95)

$$U = 1,65 u_c$$

Результаты измерений в вольтах:

Таблица Б4.2

Контр. точка	Отклонение	Границы допуска ИРПЦ-100	$u_{В1-12}$	$u_{ИРПЦ}$	U
0,10	0,01	0,022	$2,89 \times 10^{-6}$	$5,77 \times 10^{-3}$	$9,53 \times 10^{-3}$
0,50	0,01	0,027	$1,44 \times 10^{-5}$	$5,77 \times 10^{-3}$	$9,53 \times 10^{-3}$
2,00	0,02	0,048	$5,77 \times 10^{-5}$	$5,77 \times 10^{-3}$	$9,53 \times 10^{-3}$
10,00	0,05	0,16	$2,89 \times 10^{-4}$	$5,77 \times 10^{-3}$	$9,54 \times 10^{-3}$
15,00	0,07	0,229	$4,33 \times 10^{-4}$	$5,77 \times 10^{-3}$	$9,55 \times 10^{-3}$
19,90	0,11	0,298	$5,74 \times 10^{-4}$	$5,77 \times 10^{-3}$	$9,57 \times 10^{-3}$
20,1	0,2	0,48	$5,80 \times 10^{-4}$	$5,77 \times 10^{-2}$	$9,53 \times 10^{-2}$
35,0	0,3	0,69	$1,01 \times 10^{-3}$	$5,77 \times 10^{-2}$	$9,53 \times 10^{-2}$
50,0	0,5	0,9	$1,44 \times 10^{-3}$	$5,77 \times 10^{-2}$	$9,53 \times 10^{-2}$
60,0	0,7	1,03	$1,73 \times 10^{-3}$	$5,77 \times 10^{-2}$	$9,53 \times 10^{-2}$
75,0	0,8	1,25	$2,17 \times 10^{-3}$	$5,77 \times 10^{-2}$	$9,53 \times 10^{-2}$
99,9	0,9	1,59	$2,88 \times 10^{-3}$	$5,77 \times 10^{-2}$	$9,54 \times 10^{-2}$

Прямые многократные измерения

Б5. ПРИМЕР 5 [16]. Оценивание неопределённости при измерении частоты

Производятся прямые многократные измерения частоты высокочастотного синусоидального сигнала с помощью электронно-счетного частотомера ЧЗ-63. Показания частотомера f_{ind} составляют, кГц:

151348; 151342; 151344; 151346; 151348; 151349; 151345; 151351; 151343; 151344; 151359; 151350; 151347; 151348; 151346; 151352; 151345; 151349; 151347; 151346.

Необходимо получить оценку измеряемой частоты и оценить неопределенность ее измерения.

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений:

– измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха +25 °С;

б) анализ схемы измерения:

– время счета прибора – 10 мс;

в) анализ технических характеристик прибора:

– рабочие условия применения прибора: температура окружающего воздуха от –30 до +50 °С;

– относительная погрешность измерения частоты синусоидальных сигналов δf в пределах значений, рассчитанных по формуле

$$\delta f = \pm \left(\delta_0 + \frac{1}{f_{\text{изм}} t_{\text{сч}}} \right),$$

где δ_0 – относительная погрешность по частоте внутреннего опорного генератора, равная после самопрогрева не менее $\pm 5 \times 10^{-7}$;

$\frac{1}{f_{\text{изм}} t_{\text{сч}}}$ – погрешность квантования, в выражении для которой $f_{\text{изм}}$ – измеряемая частота, Гц;

$t_{\text{сч}}$ – время счета, с.

– температурный коэффициент частоты опорного генератора не более $k_t = 1 \cdot 10^{-9}$ на каждый 1°C свыше температуры калибровки (20°C);

2 Устраним из результатов измерений грубые погрешности и промахи.

Для этого рассчитаем

– среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{f} = \frac{1}{20} \sum_{k=1}^{20} f_{\text{ind } k} = 151347,5 \text{ кГц};$$

– стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (f_{\text{ind } k} - \bar{f})^2} = 3,78 \text{ кГц};$$

– интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = 3s = 11,33 \text{ кГц};$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$f_{\text{min}} = 151336,1 \text{ кГц}; f_{\text{max}} = 151358,8 \text{ кГц}.$$

Наибольший результат наблюдения 151359 кГц выходит за границы рассчитанного интервала, поэтому устраняется из числа результатов наблюдения как отягощенный грубой погрешностью (или промахом)¹⁾.

3 Поскольку систематические погрешности неизвестны, их исключение не производим.

4 Вычислим среднее арифметическое исправленных результатов наблюдений, принимаемое за результат измерения:

$$f = \frac{1}{19} \sum_{k=1}^{19} f_{\text{ind } k} = 151346,8 \text{ кГц};$$

5 Вычислим экспериментальное стандартное отклонение результата наблюдения

$$s = \sqrt{\frac{1}{18} \sum_{k=1}^{19} (f_{\text{ind } k} - f)^2} = 2,69 \text{ кГц}.$$

6 Вычислим экспериментальное стандартное отклонение результата измерения (среднего арифметического) – неопределённость по типу А:

$$u_a = s(f) = s/\sqrt{19} = 617 \text{ Гц}.$$

7 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу В $u_i(f_{\text{изм}})$ погрешностей частотомера²⁾.

1) Неопределенность частоты внутреннего опорного генератора частотомера вычисляется

¹⁾ Приведенный алгоритм устранения грубых погрешностей (промахов) известен в литературе под названием “критерий 3-х сигм” и применяется для числа измерений больше 20.

²⁾ В выражение для относительной погрешности измерения частоты входят две составляющие – нестабильность частоты опорного генератора и погрешность квантования, суммируемые алгебраически. При определении суммарной неопределенности измерения неопределенность каждой составляющей оценивается отдельно.

через выражение для основной относительной погрешности $\delta f_{изм}$ в предположении о равновероятном распределении погрешности внутри границ.

Границы относительной погрешности δ_0 не превышают $\pm 5 \times 10^{-7}$.

Границы абсолютной погрешности будут в этом случае равны

$$\Delta_0 = f \times \delta_0 = \pm 5 \times 10^{-7} \times 151646800 = \pm 76 \text{ Гц.}$$

Стандартная неопределенность частоты опорного генератора u_1 , будет равна

$$u_1 = |\Delta_0| / \sqrt{3} = 44 \text{ Гц.}$$

2) Неопределенность квантования u_2 , определяется из границ погрешности квантования

$$\Delta_{кв} = \pm \frac{1}{f_{изм} t_{сч}} f_{изм} = \pm \frac{1}{t_{сч}} = \pm \frac{1}{10 \times 10^{-3}} = \pm 100 \text{ Гц}$$

по формуле

$$u_2 = |\Delta_{кв}| / \sqrt{3} = 57,7 \text{ Гц.}$$

3) Неопределенность u_3 , обусловленная изменением частоты опорного генератора при изменении температуры окружающей среды от 20 °С (температура калибровки частотомера t_k) до 25 °С (температура окружающей среды в момент измерений $t_{изм}$), вычисленная через температурный коэффициент частоты $\pm 1 \times 10^{-9}$, в предположении о равновероятном распределении внутри границ будет равна

$$u_3 = f_{изм} |t_{изм} - t_k| k_f / \sqrt{3} = 151346840 \times (25 - 20) \times 10^{-9} / \sqrt{3} = 0,437 \text{ Гц.}$$

8 Составляем бюджет неопределенности.

9 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

10 Вычислим суммарную неопределенность типа B результата измерения

$$u_{св}(f) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} = 73 \text{ Гц.}$$

11 Вычислим суммарную неопределенность выходной величины

$$u_c(f) = \sqrt{s^2(f) + u_{св}^2(f)} = 621 \text{ Гц.}$$

Таблица Б5.1 - Бюджет неопределенности измерения частоты

Входная величина	Оценка входной величины	Стандартная неопределенность, Гц	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности
Частота $f_{изм}$	151346,8 кГц	617 Гц	18	Нормальный	1	617 Гц
Нестабильность частоты опорного генератора	-	44 Гц	∞	Равномерный	1	44 Гц
Погрешность квантования	-	58 Гц	∞	Равномерный	1	58 Гц
Температурная погрешность	-	0,44 Гц	∞	Равномерный	1	0,44 Гц
Выходная величина	Оценка выходной величины	Стандартная суммарная неопределенность	Эфф. число степеней свободы	Уровень доверия	Коэффициент охвата	Расширенная неопределенность
$f_{изм}$	151346,8 кГц	621 Гц	18	$p = 0,95$	2,1	1304 Гц

12 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95.

Определим расширенную неопределенность результата измерения как для уровня доверия 0,95:

$$U = k u_c(f),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степеней свободы ν_{eff} :

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4,$$

$$\nu_{eff} = 18 \times \left(\frac{621}{617} \right)^4 = 18,47.$$

Округляем ν_{eff} в меньшую сторону (для получения большего значения коэффициента Стьюдента)

$$\nu_{eff} = 18.$$

Коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы 18:

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 2,1.$$

Поэтому расширенная неопределенность измерения частоты будет равна

$$U = k u_c(f) = 2,1 \times 621 = 1304 \text{ Гц}.$$

13 Записываем результат измерения в виде

$$f_{изм} = (151346,8 \pm 1,3) \text{ кГц}, p = 0,95.$$

Б6. ПРИМЕР 6. Оценивание неопределённости при измерении интервала времени секундомером

Производится измерение интервала времени 1 час (3600 с) секундомером СОСпр-26-2. Интервал времени задается с помощью установки для поверки механических секундомеров УПМС-1. Для исключения грубых погрешностей измерения производятся 3 раза. Показания секундомера:

3599,6 с 3599,2 с 3599,2 с

Необходимо определить результат измерения и неопределенность измерений.

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений: измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха $+23^\circ\text{C}$;

б) анализ технических характеристик секундомера:

– температура окружающего воздуха от минус 20 до 40°C ;

– предел допускаемой погрешности установки УПМС-1 определяется по формуле

$$\Delta = \pm(20 \times 10^{-6} \times t + 1 \times 10^{-2}) \text{ с}$$

На интервале 3600 с предел погрешности равен

$$\Delta = \pm(20 \times 10^{-6} \times 3600 + 1 \times 10^{-2}) = 0,072 + 0,01 = 0,082 \text{ с}$$

2 Определим неопределенность по типу А.

Проверим наличие грубых погрешностей и промахов.

Для этого рассчитаем

– среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{X} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 X_k = 3599,33 \text{ с},$$

– стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2} = 0,231 \text{ с,}$$

– интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = 3s = 0,693 \text{ с}$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$X_{\min} = 3598,637 \text{ с; } X_{\max} = 3600,023 \text{ с}$$

Все результаты измерений не выходят за границы интервала.

Вычислим стандартное отклонение результата измерения (среднего арифметического) – неопределённость по типу А:

$$u_A(X) = s/\sqrt{3} = 0,133 \text{ с.}$$

3 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу В.

Определяем составляющие суммарной неопределенности измерения интервала времени.

а) Неопределенность измерения по типу В имеет две составляющие – основная вычисляется через выражение для основной относительной погрешности в предположении о равномерном распределении погрешности внутри границ.

Отсюда можно рассчитать основную неопределенность измерений:

$$u_0 = \frac{0,082}{\sqrt{3}} = 0,0473 \text{ с.}$$

б) Неопределённость погрешности отсчёта секундомера вычисляется как значение дискретности отсчёта секундомера в предположении о равномерном распределении погрешности внутри границ:

$$u_{отс} = \frac{0,1}{2\sqrt{3}} = 0,0289 \text{ с.}$$

4 Составляем бюджет неопределенности

Таблица Бб.1 - Бюджет неопределенности измерения времени

Входная величина	Оценка входной величины	Стандартная неопределенность, с	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности
Показания секундомера	3599,2 с	0,133 с	2	Нормальный	1	0,133 с
Основная погрешность	–	0,0473 с	∞	Равномерный	1	0,0473 с
Погрешность отсчёта	–	0,0289 с	∞	Равномерный	1	0,0289 с
Выходная величина	Оценка выходной величины	Стандартная суммарная неопределенность	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Коэффициент охвата	Расширенная неопределенность
Y	3599,2 с	0,144 с	2	p = 0,95	4,3	U

5 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

6 Суммарная неопределенность равна основной неопределенности

$$u_c(Y) = \sqrt{u_A^2 + u_0^2 + u_{отс}^2} = 0,144 \text{ с.}$$

7 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95 как

$$U = k u_c(Y),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степеней свободы ν_{eff} :

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4,$$

$$\nu_{eff} = 2 \times \left(\frac{0,144}{0,133} \right)^4 = 2,748.$$

Округляем ν_{eff} в меньшую сторону (для получения большего значения коэффициента Стьюдента).

$$\nu_{eff} = 2.$$

Коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы 2:

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 4,3.$$

$$U = k u_c(Y) = 4,3 \times 0,144 = 0,619 \text{ с}$$

8 Записываем результат измерения в виде

$$t = (3599,3 \pm 0,6) \text{ с}, p = 0,95$$

Б7. ПРИМЕР 7. Оценивание неопределённости при измерении твёрдости твердомером по шкале Роквелла

Производится измерение твердости мер твердости 2 разряда по шкале Роквелла с помощью твердомера 4JR. Результаты измерений, в единицах твердости HRC:

64,4 64,1 64,0 64,2 64,1

Необходимо определить результат измерения и неопределенность измерений

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений:

– измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха $+20 \text{ }^\circ\text{C}$ и влажности 76 %;

б) анализ технических характеристик твердомера:

– рабочие условия применения твердомера:

температура окружающего воздуха $20 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$;

влажность окружающего воздуха $65 \pm 15 \text{ } \%$.

– СКО мер твердости 1 разряда, по которым настраивается твердомер: $s_1 = 0,2 \text{ HRCs}$

– СКО твердомера: $s_2 = 0,25 \text{ HRC}$;

2 Определим неопределенность по типу А.

Проверим наличие грубых погрешностей и промахов.

Для этого рассчитаем

– среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{X} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 X_k = 64,16 \text{ HRC},$$

– стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2} = 0,152 \text{ HRC},$$

– интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = 3s = 0,456 \text{ HRC}$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$X_{\min} = 63,704 \text{ HRC}; X_{\max} = 64,616 \text{ HRC}$$

Все результаты измерений не выходят за границы интервала

Вычислим стандартное отклонение результата измерения (среднего арифметического) - неопределённость по типу А:

$$u_a = s(X) = s/\sqrt{5} = 0,068 \text{ HRC}$$

3 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу B (u_i).

1) Неопределенность, обусловленная погрешностью эталонной меры твердости 1 разряда, по которой настраивается твердомер перед началом работы

$$u_1 = s_1 = 0,2 \text{ HRC}$$

2) Неопределенность, обусловленная погрешностью твердомера

$$u_2 = s_2 = 0,25 \text{ HRC}$$

3) Неопределённость, обусловленная дискретностью отсчёта твердомера

$$u_3 = \frac{0,1}{2 \times \sqrt{3}} = 0,0289 \text{ HRC}$$

4 Составляем бюджет неопределенности

Таблица Б7.1 - Бюджет неопределенности измерения твердости

Входная величина	Оценка входной величины	Стандартная неопределенность, HRC	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коефф. чувствительности	Вклад неопределенности, HRC
Твердость	64,16 HRC	0,068	4	Нормальный	1	0,068
Погрешность меры 1 разряда	–	0,2	∞	Равномерный	1	0,2
Погрешность твердомера	–	0,25	∞	Равномерный	1	0,25
Погрешность дискретности	–	0,0289	∞	Равномерный	1	0,0289
Выходная величина	Оценка выходной величины	Стандартная суммарная неопределенность, HRC	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Коефф. охвата	Расширенная неопределенность, HRC
Y	64,16 HRC	0,3273	2139	$p = 0,95$	1,96	0,6415

5 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

6 Вычислим суммарную неопределенность типа B результата измерения

$$u_B(Y) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} = 0,321 \text{ HRC}$$

7 Вычислим суммарную неопределенность выходной величины

$$u_c(Y) = \sqrt{s^2(X) + u_B^2(Y)} = 0,327 \text{ HRC}$$

8 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95.

Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степеней свободы ν_{eff} :

$$\nu_{eff} = (n - 1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4$$

$$\nu_{eff} = 4 \times \left(\frac{0,327}{0,068} \right)^4 = 2139$$

Для ν_{eff} (числа степеней свободы) близкому к ∞ значения коэффициента Стьюдента:

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 1,96.$$

Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y),$$

Поэтому расширенная неопределенность измерения твердости будет равна

$$U = k u_c(Y) = 1,96 \times 0,3273 = 0,6415 \text{ HRC}$$

9 Записываем результат измерения в виде

$$Y = 64,2 \pm 0,7, \quad p = 0,95.$$

Б8. ПРИМЕР 8. Оценивание неопределённости при измерении температуры газов

Проводится метрологическая аттестация измерителя температуры газов ИТ-1.

Предел допускаемой основной абсолютной погрешности ИТ-1 $\pm 1,0$ °С в диапазоне температур от -50 до +100 °С.

Таблица Б8.1

Показания РЭ, °С	Показания измерителя температуры ИТ-1
30,353	30,4
30,353	30,6
30,353	30,5
30,353	30,7
30,353	30,8
30,353	30,4
30,353	30,9
30,353	30,7
30,353	30,4
30,353	30,6

Необходимо определить результат измерения и неопределенность показаний ИТ-1

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений:

– измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха +22 °С и влажности 70 %;

б) анализ технических характеристик рабочего эталона:

– в качестве рабочего эталона выберем прецизионный цифровой термометр DTI-1000А с пределом основной абсолютной погрешности ±0,036 °С.

2 Определим неопределенность по типу А.

Проверим наличие грубых погрешностей и промахов.

Для этого рассчитаем

– среднее арифметическое показаний аттестуемого ИТ-1:

$$\bar{t} = \frac{1}{10} \sum t_i = 30,60 \text{ °С}$$

– стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\sum t_i - \bar{t})^2} = 0,1764 \text{ °С}$$

– интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\epsilon = 3s = 0,5292 \text{ °С}$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$t_{\min} = 30,07 \text{ °С}; t_{\max} = 31,13 \text{ °С}.$$

Все результаты измерений не выходят за границы интервала.

Вычислим стандартное отклонение результата измерения (среднего арифметического) - неопределенность по типу А:

$$u_a = S_{\bar{t}} = \frac{S}{\sqrt{10}} = 0,0558 \text{ °С}$$

3 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу В:

1) неопределенность, обусловленная погрешностью эталона

$$u_{CT} = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0,036}{\sqrt{3}} = 0,021 \text{ °С}$$

2) неопределенность, обусловленная дискретностью эталона

$$u_{дрэ} = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 0,000289 \text{ °С}$$

Данная составляющая неопределенности не будет участвовать в дальнейших расчётах, т.к. существенно меньше остальных составляющих.

3) Неопределенность, обусловленная дискретностью ИТ-1

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,289 \text{ °С}.$$

Отсюда суммарная стандартная неопределенность по типу В составит

$$u_b = \sqrt{u_{cm}^2 + u_1^2},$$

$$u_b = \sqrt{0,021^2 + 0,289^2} = 0,290 \text{ °С}.$$

4 Составляем бюджет неопределенности

Таблица Б8.2 - Бюджет неопределенности измерения температуры

Входная величина	Оценка входной величины	Стандартная неопределенность, °C	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности, °C
Температура	30,60 °C	0,0558	9	Нормальный	1	0,0558
Погрешность эталона	—	0,021	∞	Равномерный	1	0,021
Погрешность дискретности ИТ-1	—	0,289	∞	Равномерный	1	0,289
Выходная величина	Оценка выходной величины	Стандартная суммарная неопределенность, °C	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Коэффициент охвата	Расширенная неопределенность, °C
Y	30,60 °C	0,295	7038	p = 0,95	1,96	0,578

5 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

6 Вычислим суммарную неопределенность выходной величины

$$u_c(Y) = \sqrt{u_a^2 + u_b^2} = \sqrt{0,0558^2 + 0,290^2} = 0,295 \text{ °C.}$$

7 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95.

Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степеней свободы ν_{eff} :

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4$$

$$\nu_{eff} = 9 \times \left(\frac{0,295}{0,0558} \right)^4 = 7038$$

Для ν_{eff} (числа степеней свободы), близкому к ∞ , значения коэффициента Стьюдента:

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 1,96.$$

Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y)$$

Поэтому расширенная неопределенность показаний ИТ-1 будет равна

$$U = k u_c(Y) = 1,96 \times 0,295 = 0,578 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

8 Записываем результат показаний ИТ-1 в виде
 $t = (30,6 \pm 0,6) \text{ } ^\circ\text{C}, p = 0,95.$

Б9. ПРИМЕР 9. Оценивание неопределённости при поверке счётчика газа

Проводится поверка счетчика газа барабанного РГ 7000. Предел допускаемой основной относительной погрешности РГ 700 $\pm 1,0 \%$.

Таблица Б9.1

Показания РЭ, л	Показания счетчика газа, л
50,000	50,350
50,000	50,270
50,000	50,300
50,000	49,880
50,000	49,950
50,000	49,860
50,000	50,120
50,000	50,030
50,000	50,150
50,000	49,960

Необходимо определить результат измерения и неопределенность показаний РГ 7000.

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений:

- измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха $+22 \text{ } ^\circ\text{C}$ и влажности 70% ;

б) анализ технических характеристик рабочего эталона:

- в качестве рабочего эталона выберем газовый мерник II-го разряда с пределом основной относительной погрешности $\pm 0,2 \%$;

- максимальное значение абсолютной погрешности РЭ составляет $\pm 0,1 \text{ л}$;

- погрешность дискретизации РЭ – $0,05 \text{ л}$;

в) анализ технических характеристик счётчика газа:

- максимальная основная абсолютная погрешность счетчика газа РГ 7000 при измерении 50 л составляет $\pm 0,5 \text{ л}$;

- погрешность дискретизации счётчика – $0,005 \text{ л}$ – не влияет на результаты расчётов и учитываться не будет.

2 Определим неопределенность по типу А.

Проверим наличие грубых погрешностей и промахов.

Для этого рассчитаем

- среднее арифметическое показаний счетчика газа:

$$\bar{V} = \frac{1}{10} \sum V_i = 50,087 \text{ л}$$

- стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\sum V_i - \bar{V})^2} = 0,178 \text{ л}$$

- интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия $0,9973$ в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = 3s = 0,534 \text{ л}$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$V_{\min}=49,553 \text{ л; } V_{\max}=50,621 \text{ л}$$

Все результаты измерений не выходят за границы интервала.

Вычисляем стандартное отклонение результата измерения (среднее арифметическое) –

неопределённость по типу А

$$u_a = S_i = \frac{S}{\sqrt{10}} = 0,056 \text{ л}$$

3 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу В:

1) неопределенность, обусловленная погрешностью эталона

$$u_{cm} = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,0577 \text{ л}$$

2) неопределённость, обусловленная дискретностью эталона

$$u_{дрэ} = \frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,0289 \text{ л}$$

3) Неопределённость, обусловленная дискретностью счётчика газа

$$u_{сз} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,289$$

Отсюда суммарная стандартная неопределенность по типу В составит

$$u_b = \sqrt{u_{cm}^2 + u_{дрэ}^2 + u_{сз}^2},$$

$$u_b = \sqrt{0,0577^2 + 0,0289^2 + 0,289^2} = 0,296 \text{ л}$$

4 Составляем бюджет неопределенности

Таблица Б9.2 - Бюджет неопределенности измерения объёма газа

Входная величина	Оценка входной величины	Стандартная неопределенность, л	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Кoeff. чувствительности	Вклад неопределенности, л
Объём газа	50,087 л	0,056	9	Нормальный	1	0,056
Погрешность эталона	–	0,0577	∞	Равномерный	1	0,0577
Погрешность дискретности эталона	–	0,0289	∞	Равномерный	1	0,0289
Погрешность дискретн.счётчика газа	–	0,289	∞	Равномерный	1	0,289
Выходная величина	Оценка выходной величины	Станд. сумм. неопределенность, л	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Кoeff. фициент охвата	Расшир. неопределенность, л
У	50,087 л	0,301	7512	$p = 0,95$	1,96	0,59

5 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

6 Вычислим суммарную неопределенность выходной величины

$$u_c(Y) = \sqrt{u_a^2 + u_b^2} = \sqrt{0,056^2 + 0,296^2} = 0,301 \text{ л.}$$

7 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95. Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степеней свободы ν_{eff} :

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4$$

$$\nu_{eff} = 9 \times \left(\frac{0,301}{0,056} \right)^4 = 7512$$

Для ν_{eff} (числа степеней свободы), близкому к ∞ , значение коэффициента Стьюдента:

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 1,96.$$

Поэтому расширенная неопределенность показаний счётчика газа при поверке будет равна

$$U = k u_c(Y) = 1,96 \times 0,301 = 0,59 \text{ л.}$$

8 Результат показания РГ 7000 записываем в виде:

$$V = (50,1 \pm 0,6) \text{ л, } p = 0,95.$$

Б10. ПРИМЕР 10. Оценивание неопределённости при поверке рН-метра компаратором напряжений с помощью буферного раствора

Проводится поверка рН-метра – милливольтметра рН-150 М компаратором напряжений Р3003 с помощью буферного раствора РЭ 2 разряда

Показания рН-метра при трёхкратных измерениях значения рН буферного раствора с рН = 1,68 составляют, рН:

1,68; 1,68; 1,69.

Необходимо определить результат измерения и неопределенность показаний рН-метра.

1 Составим спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений:

– измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха +22 °С, $\phi = 51 \%$, атм. давлении 742 мм. рт. ст.

б) анализ характеристик буферного раствора:

– метрологические характеристики буферных растворов по ГОСТ 8.120-99 составляют $\delta = \pm 0,005 \%$.

в) анализ технических характеристик рН-метра-милливольтметра рН-150 М: погрешность показаний принимается равной половине цены деления $\pm 0,005$ рН.

2 Определим неопределенность по типу А.

Проверим наличие грубых погрешностей и промахов.

Для этого рассчитаем

– среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{pH} = \frac{1}{3} \sum pH_i = 1,687, \text{ рН}$$

– стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{\sum (pH_i - \bar{pH})^2}{(n-1)}} = 0,0058, \text{ рН}$$

– интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = 3s = 0,0174, \text{ рН}$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$pH_{\min} = 1,67 \text{ рН}; pH_{\max} = 1,704 \text{ рН}$$

Ни один из результатов не выходит за границы рассчитанного интервала.

Вычисляем стандартное отклонение результата измерения (среднее арифметическое) – неопределённость по типу А

$$u_a = s(pH) = s/\sqrt{3} = 0,0033, \text{ рН}$$

3 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу В:

1) неопределённость погрешности отсчёта поверяемого СИТ

$$u_{\text{отс}} = \frac{0,005}{\sqrt{3}} = 0,00289, \text{ рН.}$$

2) неопределенность, обусловленная метрологическими характеристиками буферных растворов при предположении равномерного закона распределения:

при $\delta = \pm 0,005\%$ абсолютная погрешность для раствора 1,68 рН :

$$\Delta = \delta \times pH / 100 = 0,005 \times 1,68 / 100 = 0,00008, \text{ рН}$$

$$u_{\text{раств}} = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0,00008}{\sqrt{3}} = 4,6 \times 10^{-5}, \text{ рН}$$

Отсюда суммарная стандартная неопределенность по типу В составит

$$u_b = \sqrt{u_{\text{раств}}^2 + u_{\text{отс}}^2}, \text{ рН,}$$

$$u_b = \sqrt{0,000046^2 + 0,00289^2} = 0,00289 \text{ рН}$$

Поскольку стандартная неопределённость буферного раствора значительно меньше стандартной неопределённости отсчёта поверяемого СИТ, она не влияет на результат и может не учитываться.

4 Составляем бюджет неопределенности

Таблица Б10.1 - Бюджет неопределенности измерения pH

Входная величина	Оценка входной величины, pH	Стандартная неопределенность, pH	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности
Показания pH-метра	1,687	0,0033	2	Нормальное	1	0,0033
Погрешность буферного раствора	-	$4,6 \times 10^{-5}$	∞	Равномерное	1	$4,6 \times 10^{-5}$
Погрешность отсчета	-	0,00289	∞	Равномерное	1	0,00289
Выходная величина	Оценка выходной величины, pH	Стандартная суммарная неопределенность, pH	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Коэффициент охвата	Расширенная неопределенность, pH
Y	1,687	0,0044	6,32	$p = 0,95$	2,45	0,011

5 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

6 Вычислим суммарную неопределенность выходной величины

$$u_c(Y) = \sqrt{u_a^2(pH) + u_b^2(pH)} = 0,0044, \text{ pH}$$

7 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95.

Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степенем свободы ν_{eff} ∴

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4$$

$$\nu_{eff} = 2 \times \left(\frac{0,0044}{0,0033} \right)^4 = 6,32$$

Округляем ν_{eff} в меньшую сторону (для получения большего значения коэффициента Стьюдента) $\nu_{eff} = 6$.

Коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы 6:

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 2,45.$$

Поэтому расширенная неопределенность показания pH-метра будет равна

$$U = k u_c(Y) = 2,45 \times 0,0044 = 0,011, \text{ pH}.$$

8 Результат показания pH-метра записываем в виде:

$$Y = (1,687 \pm 0,011) \text{ pH}, p = 0,95.$$

Б11. ПРИМЕР 11. Оценивание неопределённости при поверке линейек металлических
Линейка металлическая 1000 мм поверяется на всю длину с помощью штриховой ме-
ры длины КЛ по ГОСТ 12069-90.

При пятикратных измерениях длины с помощью метра КЛ, мм:
 1000,0; 1000,2; 1000,0; 1000,2; 1000,2.

Необходимо определить результат измерения и неопределенность показаний линейки.

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений:

– измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха +20 °С и влажности 80 %;

б) анализ технических характеристик:

- диапазон измерения линейки 0-1000 мм;

- цена деления линейки составляет 1 мм;

- предел допускаемой погрешности линейки на всю длину $\pm 0,4$ мм;

- погрешность метра КЛ составляет $\pm 0,006$ мм, с дискретностью 0,2 мм.

2 Устраним из результатов измерений грубые погрешности и промахи.

Для этого рассчитаем

– среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{H} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 H_{ind k} = 1000,12 \text{ мм}$$

– стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (H_{ind k} - \bar{H})^2} = 0,1095 \text{ мм}$$

– интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = 3s = 0,3286 \text{ мм}$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$H_{\min} = 999,79 \text{ мм}; H_{\max} = 1000,45 \text{ мм.}$$

Ни один из результатов не выходит за границы рассчитанного интервала.

Вычислим экспериментальное стандартное отклонение результата измерения (среднего арифметического)

$$u_a = s(\bar{H}) = s/\sqrt{5} = 0,049 \text{ мм}$$

3 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу B:

1) неопределенность погрешности отсчета, обусловленная дискретностью линейки (предположен равномерный закон распределения):

$$u(\Delta_o) = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,2887 \text{ мм}$$

2) неопределенность погрешности метра КЛ, составляющая в предположении равномерного закона распределения:

$$u(H_{01}) = \frac{0,006}{\sqrt{3}} = 0,0035 \text{ мм}$$

3) неопределенность дискретности отсчета, составляющая в предположении равномерного закона распределения:

$$u(H_{02}) = \frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,0577 \text{ мм}$$

Отсюда суммарная стандартная неопределенность по типу B составит

$$u_b = \sqrt{u^2(\Delta_\delta) + u^2(n_{01}) + u^2(n_{02})}$$

$$u_b = \sqrt{0,2887^2 + 0,0035^2 + 0,0577^2} = 0,2944 \text{ мм.}$$

4 Составляем бюджет неопределенности

Таблица Б11.1 - Бюджет неопределенности измерения длины

Входная величина	Оценка входной величины, мм	Стандартная неопределенность, мм	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности
Показания метра КЛ	1000,12	0,049	4	Нормальное	1	0,049
Погрешность дискретности линейки	-	0,2887	∞	Равномерное	1	0,2887
Погрешность метра КЛ	-	0,0035	∞	Равномерное	1	0,0035
Погрешность отсчета	-	0,0577	∞	Равномерное	1	0,0577
Выходная величина	Оценка выходной величины, мм	Стандартная суммарная неопределенность, мм	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Коэффициент охвата	Расширенная неопределенность, мм
Y	1000,12	0,2985	5510	p = 0,95	1,96	0,585

5 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

6 Вычислим суммарную неопределенность выходной величины

$$u_c = \sqrt{u_o^2 + u_s^2} = \sqrt{0,049^2 + 0,2944^2} = 0,2985 \text{ мм}$$

7 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95.

Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степенем свободы ν_{eff} :

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4$$

$$\nu_{\text{eff}} = 4 \times \left(\frac{0,2985}{0,049} \right)^4 = 5510$$

Коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы 5510:

$$k = t_{0,95}(\nu_{\text{eff}}) = 1,96.$$

Поэтому расширенная неопределенность показания линейки будет равна

$$U = k u_c(Y) = 1,96 \times 0,2985 = 0,585 \text{ мм}$$

8 Результат показания линейки при поверке записываем в виде:

$$Y = (1000,1 \pm 0,6) \text{ мм}, p = 0,95.$$

Б12. ПРИМЕР 12. Оценивание неопределённости при поверке гирь класса точности M_3

Проводится определение действительного значения массы гири общего назначения класса точности M_3 номинальной массой 500 г с помощью весов ВЛО и набора эталонных гирь

Показания при трёхкратных измерениях значения массы поверяемой гири составляют, г:

499,85; 499,84; 499,85.

Необходимо определить результат измерения и неопределенность измерений.

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений:

– измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха $+20,5$ °С и влажности 80 %;

б) анализ технических характеристик:

– наибольший предел взвешивания весов ВЛО – 5 кг, цена деления – 10,0 мг;

– масса эталонной гири – 499,9975 г, допускаемая погрешность определения массы эталонной гири по ДСТУ ГОСТ 7328:2003 $\pm 2,5$ мг.

2 Устраним из результатов измерений грубые погрешности и промахи.

Для этого рассчитаем

– среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{m} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 m_k = 499,84667 \text{ г}$$

– стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (m_k - \bar{m})^2} = 0,005774 \text{ г}$$

– интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = \pm 3s = \pm 0,00173 \text{ г}$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$m_{\text{min}} = 499,829 \text{ г}; m_{\text{max}} = 499,864 \text{ г}.$$

Ни один из результатов не выходит за границы рассчитанного интервала.

Вычислим экспериментальное стандартное отклонение результата измерения (среднего

арифметического)

$$u_a = s(\bar{m}) = s/\sqrt{3} = 0,00333 \text{ г}$$

3 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу B:

1) Неопределённость, обусловленная дискретностью весов ВЛО - границы неопределённости погрешности принимаются равными половине цены деления весов – ±5 мг при равномерном законе распределения

$$u(\Delta_d) = \frac{0,005}{\sqrt{3}} = 0,00289 \text{ , г}$$

2) Неопределённость погрешности эталонной гири (из пределов погрешности определения массы эталонной гири при равномерном законе распределения)

$$u(m_{э}) = \frac{0,0025}{\sqrt{3}} = 0,00144 \text{ , г}$$

Отсюда суммарная стандартная неопределенность по типу B составит

$$u_B = \sqrt{u^2(\Delta_d) + \sum u^2(m_{э})} = \sqrt{0,00289^2 + 0,00144^2} = 0,00323 \text{ г}$$

4 Составляем бюджет неопределенности

Таблица Б12.1 - Бюджет неопределенности измерения массы гири

Входная величина	Оценка входной величины, г	Стандартная неопределенность, г	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности
Масса гири	499,84667	0,00333	2	Нормальное	1	0,00333
Погрешность дискр. весов $\frac{1}{2}d$	-	0,00289	∞	Равномерное	1	0,00289
Неопределённость этал. гири	-	0,00144	∞	Равномерное	1	0,00144
Выходная величина	Оценка выходной величины, г	Стандартная суммарная неопределенность, г	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Коэффициент охвата	Расширенная неопределенность, г
Y	499,84667	0,00464	7	$p = 0,95$	2,37	0,011

5 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

6 Вычислим суммарную неопределенность выходной величины

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0,00333^2 + 0,00323^2} = 0,00464 \text{ г}$$

7 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95. Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степеней свободы ν_{eff} :

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4$$

$$\nu_{eff} = 2 \times \left(\frac{0,00464}{0,00333} \right)^4 = 7,51$$

Округляем ν_{eff} в меньшую сторону (для получения большего значения коэффициента Стьюдента) $\nu_{eff} = 7$.

Коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы 7:

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 2,37.$$

Поэтому расширенная неопределенность измерения массы гири будет равна

$$U = k u_c(Y) = 2,37 \times 0,00464 = 0,01099 \text{ г}$$

8 Результат измерения массы гири записываем в виде:

$$Y = (499,847 \pm 0,011) \text{ г}, p = 0,95.$$

Б13. ПРИМЕР 13. Оценивание неопределённости при поверке весов для статического взвешивания

Весы ВНЦ поверяются в точке 700 г с помощью гирь массой $m_{01}=500$ г и $m_{02}=200$ г класса М1 по ДСТУ ГОСТ 7328:2003.

Показания весов при пятикратных измерениях массы эталонных гирь массой 700 г составляют, г:

700; 705; 705; 705; 700.

Необходимо определить результат измерения и неопределенность показаний.

1 Составляем спецификацию измерений:

а) анализ условий измерений:

- измерения производятся в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха $+20$ °С и влажности 80 %;

б) анализ технических характеристик:

- наибольший предел взвешивания (НПВ) весов составляет 10 кг;

- наименьший предел взвешивания (НмПВ) весов составляет 100 г;

- цена поверочного деления (e) и цена деления (d) весов составляет 5 г;

- пределы допускаемой погрешности весов в интервале взвешивания от 100 г до 2500 г составляет при эксплуатации ± 5 г;

- погрешность гири $m_{01}(500 \text{ г})$ составляет ± 50 мг; погрешность гири $m_{02}(200 \text{ г})$ составляет ± 20 мг;

2 Устраним из результатов измерений грубые погрешности и промахи.

Для этого рассчитаем

– среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{m} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 m_{ind k} = 703,0 \text{ г}$$

– стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (m_{ind k} - \bar{m})^2} = 2,7386 \text{ г}$$

– доверительный интервал погрешности результатов наблюдений, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = \pm 3s = \pm 8,2158 \text{ г}$$

– границы этого интервала для результатов наблюдений

$$m_{\min} = 694,8 \text{ г}; m_{\max} = 711,2 \text{ г}$$

Ни один из результатов не выходит за границы рассчитанного интервала.

Вычислим экспериментальное стандартное отклонение результата измерения (среднего арифметического)

$$u_a = s(\bar{m}) = s/\sqrt{5} = 1,2247 \text{ г}$$

3 Оценим составляющие суммарной стандартной неопределённости по типу В при взвешивании 2-х гирь общей массой 700 г (500 и 200 г).

1) неопределенность погрешности отсчета, обусловленная дискретностью весов, границы которой равны половине цены деления весов (предположен равномерный закон распределения):

$$u(\Delta_d) = \frac{5}{2\sqrt{3}} = 1,4434 \text{ г}$$

2) неопределенность погрешности гирь, составляющая в предположении равномерного закона распределения:

$$u(m_{01}) = \frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,0289 \text{ г};$$

$$u(m_{02}) = \frac{0,02}{\sqrt{3}} = 0,0115 \text{ г};$$

Отсюда суммарная стандартная неопределенность по типу В составит

$$u_b = \sqrt{u^2(\Delta_d) + u^2(m_{01}) + u^2(m_{02})}$$

$$u_b = \sqrt{1,4434^2 + 0,0289^2 + 0,0115^2} = \sqrt{2,0843} = 1,4437 \text{ г}$$

4 Составляем бюджет неопределенности

Таблица Б13.1 - Бюджет неопределенности показаний весов при поверке

Входная величина	Оценка входной величины, г	Стандартная неопределенность, г	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности
Масса гирь	703,0	1,2247	4	Нормальное	1	703,0
Погрешность отсчёта весов	-	1,4434	∞	Равномерное	1	1,4434
Погрешность эталонной гири 500 г	-	0,0289	∞	Равномерное	1	0,0289
Погрешность эталонной гири 200 г	-	0,0115	∞	Равномерное	1	0,0115
Выходная величина	Оценка выходной величины, г	Стандартная суммарная неопределенность, г	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Коэффициент охвата	Расширенная неопределенность, г
Y	703,0	1,8932	2284	p = 0,95	2,07	3,919

5 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

6 Вычислим суммарную неопределенность выходной величины

$$u_c = \sqrt{u_a^2 + u_b^2} = \sqrt{1,2247^2 + 1,4437^2} = 1,8932 \text{ г}$$

7 Оценим расширенную неопределенность для уровня доверия 0,95.

Определим расширенную неопределенность результата измерения как

$$U = k u_c(Y),$$

где k - коэффициент охвата, определяемый по формуле Велча-Саттерсвейта как коэффициент Стьюдента с эффективным числом степенем свободы ν_{eff} :

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4$$

$$\nu_{eff} = 4 \times \left(\frac{1,8932}{1,2247} \right)^4 = 22,84$$

Округляем ν_{eff} в меньшую сторону (для получения большего значения коэффициента Стьюдента)

$$\nu_{eff} = 22$$

Коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы 22:

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 2,07$$

Поэтому расширенная неопределенность показаний весов при поверке будет равна

$$U = k u_c(Y) = 2,07 \times 1,8932 = 3,919 \text{ г}$$

8 Результат записываем в виде:

$$m = (703 \pm 4) \text{ г}, p = 0,95.$$

Аналогично проводим измерения и расчёт неопределённостей в точках 100 г, 2500 г, 5000 г, 10000г.

Совместные измерения

Б14. ПРИМЕР 14. Оценивание неопределённости при поверке (создании градуировочной характеристики) динамометра

Производится поверка динамометра ДОСМ-3-1. При проведении поверки определяется градуировочная характеристика динамометра. Результаты приведены в таблице Б14.1

Таблица Б14.1

кН	Показания динамометра, мкм			
	1	2	3	средн
0	1000	1000	1000	1000,00
1	1668	1670	1670	1669,33
2	2333	2335	2335	2334,33
3	3027	3029	3029	3028,33
4	3703	3707	3706	3705,33
5	4377	4378	4380	4378,33
6	5049	5050	5052	5050,33
7	5722	5723	5725	5723,33
8	6378	6379	6380	6379,00
9	7042	7042	7042	7042,00
10	7695	7697	7698	7696,67

Необходимо определить неопределенность градуировочной характеристики.

По результатам наблюдений делаем предположение о линейном характере градуировочной характеристики. При этом ее уравнение имеет вид

$$y_i = A_0 + A_1 \times x_i, i = 1...11$$

Определим оценки коэффициентов A_0, A_1

$$A_0 = \frac{D_0}{D} = \frac{[y] \times [x^2] - [xy] \times [x]}{n \times [x] - [x]^2} = \frac{48007,00 \times 385,00 - 313878,00 \times 55}{11 \times 55 - 3025,00} = \frac{1219405,00}{1210,00} = 1007,77$$

$$A_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{n \times [xy] - [x] \times [y]}{n \times [x] - [x]^2} = \frac{11 \times 313878,00 - 55 \times 48007,00}{11 \times 55 - 3025,00} = \frac{812273,00}{1210,00} = 671,30$$

Получим уравнение градуировочной характеристики

$$y_i = 1007,77 + 671,30 \times x_i, i = 1 \dots 11$$

Расчетные значения и невязки приведены в таблице Б14.2

Таблица Б14.2

Нагрузка кН	Показания динамометра, мкм		Невязки, мкм
	Средн эксперим.	Расчетн.	
0	1000,00	1007,77	7,77
1	1669,33	1679,07	9,74
2	2334,33	2350,37	16,04
3	3028,33	3021,67	-6,66
4	3705,33	3692,97	-12,36
5	4378,33	4364,27	-14,06
6	5050,33	5035,57	-14,76
7	5723,33	5706,87	-16,46
8	6379,00	6378,17	-0,83
9	7042,00	7049,47	7,47
10	7696,67	7720,77	24,11

Стандартные неопределенности нахождения коэффициентов A_0 , A_1 будут равны

$$s(A_0) = \sqrt{\frac{[x^2]}{n \times [x] - [x]^2}} \times s(\delta) = \sqrt{\frac{385,00}{11 \times 55 - 3025,00}} \times 14,66 = 8,27$$

$$s(A_1) = \sqrt{\frac{n}{n \times [x] - [x]^2}} \times s(\delta) = \sqrt{\frac{11}{11 \times 55 - 3025,00}} \times 14,66 = 1,40$$

$$\text{где } s(\delta) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n-2}} = 14,66$$

Дисперсия определения y_k в заданной точке $x_{k,c}$ учетом корреляции между оценками A_0 , A_1 определяется как

$$u^2(y_k) = s^2(A_0) + x_k^2 \times s^2(A_1) + 2 \times x_k \times u(A_0, A_1)$$

Коэффициент ковариации определяется по формуле

$$u(A_0, A_1) = s^2(\delta) \times \frac{-[x]}{n \times [x] - [x]^2} = 14,66 \times \frac{-55,00}{11 \times 55 - 3025,00} = -9,77$$

С учетом подстановки неопределенностей и коэффициента ковариации дисперсия определения y_k в заданной точке $x_{k,c}$ равна

$$u^2(y_k) = 68,37 + 1,95 \times x_k^2 - 19,54 \times x_k$$

С учетом предположения о нормальном законе распределения результатов измерений для уровня доверия $p=0,95$ и числа степеней свободы $\nu=n-2=9$ получим коэффициент распределения Стьюдента 2,26.

Для каждой точки получим следующие неопределенности

Таблица Б14.3

Нагрузка кН	Показания динамометра, мкм		Дисперсия, мкм ²	СКО, мкм	Расшир. неопр., мкм	Результат изм., мкм
	Средн эксперим.	Расчетн.				
0	1000,00	1007,77	68,37	8,27	± 18,69	1000±19
1	1669,33	1679,07	50,78	7,13	± 16,10	1669±16
2	2334,33	2350,37	37,09	6,09	± 13,76	2334±14
3	3028,33	3021,67	27,30	5,22	± 11,81	3028±12
4	3705,33	3692,97	21,41	4,63	± 10,46	3705±10
5	4378,33	4364,27	19,42	4,41	± 9,96	4378±10
6	5050,33	5035,57	21,33	4,62	± 10,44	5050±10
7	5723,33	5706,87	27,14	5,21	± 11,77	5723±12
8	6379,00	6378,17	36,85	6,07	± 13,72	6379±14
9	7042,00	7049,47	50,46	7,10	± 16,05	7042±16
10	7696,67	7720,77	67,97	8,24	± 18,63	7697±19

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Примеры протоколов проведения измерений с оцениванием неопределённостей

В1. ПРИМЕР 1

Протокол № 04 – 001 от _____ 200__ г.

Измерений и расчёта показателей неопределённости измерений

Наименование СИТ: Весы электронные платформенные «Ладога 50 ВП-5С» Зав. № _____

Принадлежит: ООО «Хенкель Баутехник (Украина)», филиал г. Балаклея.

Дата проведения измерений: _____

Место проведения измерений: ГП «Харьковстандартметрология», ОПКРО.

Условия проведения измерений: $t_{\text{окр. среды}} = 19,5 \text{ } ^\circ\text{C}$.

При проведении измерений использовались рабочие эталоны: Гири класса М1 1г-20 кг.

1 Результаты измерений приведены в таблице В1.1.

Таблица В1.1

Номинальное значение, кг	Результат измерения, кг				
	1	2	3	4	5
0,2	0,2	0,2	0,21	0,2	0,2
5,0	5,01	5,01	5,01	5,01	5,01
10,0	10,01	10,01	10,02	10,01	10,01
20,0	20,02	20,03	20,02	20,02	20,02
40,0	40,02	40,02	40,02	40,02	40,02
50,0	50,02	50,02	50,02	50,02	50,02

2 Расчёт показателей неопределённости измерений

2.1 Стандартная неопределённость по типу А:

2.1.1 среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{m} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 m_{ind k};$$

2.1.2 стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (m_{ind k} - \bar{m})^2};$$

2.1.3 границы доверительного интервала погрешности результатов наблюдений, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = \pm 3s;$$

2.1.4 экспериментальное стандартное отклонение результата измерения (среднего арифметического)

$$u_A = s(\bar{m}) = s/\sqrt{5}$$

Расчёт показателей неопределённости измерений приведены в таблице В1.2.

Таблица В1.2

Номинальное значение, кг	\bar{m}	s	ε	границы доверит. интервала	промахи	u_a
0,2	0,202	0,004472	$\pm 0,013$	0,189 - 0,215	нет	0,002
5,0	5,01	0	0	-	нет	0
10,0	10,012	0,00447214	$\pm 0,013$	9,999 - 10,025	нет	0,002
20,0	20,022	0,00447214	$\pm 0,013$	20,009 - 20,035	нет	0,002
40,0	40,02	0	0	-	нет	0
50,0	50,02	0	0	-	нет	0

2.2 Стандартная неопределённость по типу В

2.2.1 Неопределённость, обусловленная дискретностью весов:

- границы неопределённости погрешности отсчёта принимаются равными половине цены деления весов – 5 г;

- закон распределения принимается равномерным.

$$u(\Delta_o) = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

2.2.2 Неопределённость погрешности эталонных гирь:

- закон распределения принимается равномерным.

$$u(m_e) = \frac{\Delta_e}{\sqrt{3}}$$

Δ_e – допустимая погрешность массы эталонной гири.

2.2.3 Суммарная стандартная неопределённость по типу В

$$u_B = \sqrt{u^2(\Delta_o) + \sum u^2(m_e)}$$

Таблица В1.3

Номинальное значение, кг	$u(\Delta_d)$, кг	Номиналы эталонных гирь, кг	Δ_z , кг	$u(m_2)$, кг	u_B , кг
0,2	$2,8868 \times 10^{-3}$	0,2	2×10^{-5}	$1,155 \times 10^{-5}$	$2,8868 \times 10^{-3}$
5,0	$2,8868 \times 10^{-3}$	5	5×10^{-4}	$2,887 \times 10^{-4}$	$2,9012 \times 10^{-3}$
10,0	$2,8868 \times 10^{-3}$	10	10^{-3}	$5,774 \times 10^{-4}$	$2,944 \times 10^{-3}$
20,0	$2,8868 \times 10^{-3}$	20	2×10^{-3}	$1,1547 \times 10^{-3}$	$3,1093 \times 10^{-3}$
40,0	$2,8868 \times 10^{-3}$	20;20	2×10^{-3} 2×10^{-3}	$1,1547 \times 10^{-3}$ $1,1547 \times 10^{-3}$	$3,3169 \times 10^{-3}$
50,0	$2,8868 \times 10^{-3}$	20;20;10	2×10^{-3} 2×10^{-3} 10^{-3}	$1,1547 \times 10^{-3}$ $1,1547 \times 10^{-3}$ $5,774 \times 10^{-4}$	$3,3665 \times 10^{-3}$

2.3 Суммарная стандартная неопределённость

$$u_c = \sqrt{u_a^2 + u_b^2}$$

2.4 Расширенная неопределённость

2.4.1 Коэффициент охвата K по формуле формуле Велча-Саттерсвейта с эффективным числом степеней свободы ν_{eff}

$$K = t_{0,95}(\nu_{eff})$$

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4$$

2.4.2 Расширенная неопределённость

$$U = k u_c$$

Таблица В1.4

Номинальное значение, кг	u_c , кг	ν_{eff}	K	U , кг	Результат измерения, кг при $P=0,95$
0,2	$3,5119 \times 10^{-3}$	38	2,03	$7,094 \times 10^{-3}$	0,202±0,007
5,0	$2,9012 \times 10^{-3}$		1,96	$5,686 \times 10^{-3}$	5,010±0,006
10,0	$3,559 \times 10^{-3}$	40	2,02	$7,189 \times 10^{-3}$	10,012±0,007
20,0	$3,697 \times 10^{-3}$	46	2,01	$7,431 \times 10^{-3}$	20,022±0,007
40,0	$3,3169 \times 10^{-3}$		1,96	$6,501 \times 10^{-3}$	40,020±0,007
50,0	$3,3665 \times 10^{-3}$		1,96	$6,598 \times 10^{-3}$	50,020±0,007

В2. ПРИМЕР 2

Протокол № 04 – 002 от _____ 200__ г.

Измерений и расчёта показателей неопределённости измерений

Наименование СИТ: Гири общего назначения 500 г, класса точности М₃ Зав. № _____.

Принадлежит: «Хенкель Баутехник (Украина)», филиал г. Балаклея.

Дата проведения измерений: _____ г.

Задача проведения измерений: Определение действительного значения массы гири методом сравнения с рабочими эталонами с расчётом неопределённости измерений.

Номинальное значение: Масса – 500 г; допустимое отклонение по ДСТУ ГОСТ 7328:2003 – 0,5 г.

При проведении измерений использовались рабочие эталоны:

Набор гирь эталонных ГО-III 110 – II р-д № 1, весы ВЛО – 1 кг – I № 145 и.д., 10 мг

Масса эталонной гири: Ном. масса – 499,9975 г, допускаемая погрешность определения массы эталонной гири по ДСТУ ГОСТ 7328:2003 ± 2,5 мг.

Условия проведения измерений: $t_{\text{окр. среды}} = 20,5 \text{ } ^\circ\text{C}$.

1 Результаты измерений приведены в таблице 1.

Таблица 1

№ изм.	1	2	3
Измеренное значение массы гири, г	499,85	499,84	499,85

2.1 Стандартная неопределённость по типу А:

2.1.1 среднее арифметическое полученных результатов

$$\bar{m} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 m_{\text{ind } k} = 499,84667 \text{ г}$$

2.1.2 стандартное отклонение результатов от среднего арифметического

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (m_{\text{ind } k} - \bar{m})^2} = 0,005774$$

2.1.3 границы доверительного интервала погрешности результатов наблюдений, соответствующий уровню доверия 0,9973 в предположении нормального закона распределения результатов наблюдений

$$\varepsilon = \pm 3s = \pm 0,00173$$

2.1.4 экспериментальное стандартное отклонение результата измерения (среднего арифметического)

$$u_A = s(\bar{m}) = \frac{s}{\sqrt{3}} = 0,00333$$

Расчёт показателей неопределённости измерений приведены в таблице 2.

Таблица 2

\bar{m} , г	s	ε	границы доверит. интервала, г	промахи	u_A
499,84667	0,005774	$\pm 0,00173$	499,829 - 499,864	нет	0,00333

2.2 Стандартная неопределённость по типу В

2.2.1 Неопределённость, обусловленная дискретностью весов ВЛО - границы неопределённости погрешности принимаются равными половине цены деления весов ± 5 мг при равномерном законе распределения

$$u(\Delta_d) = \frac{0,005}{\sqrt{3}}, \text{ г}$$

2.2.2 Неопределённость погрешности эталонной гири (из пределов погрешности определения массы эталонной гири при равномерном законе распределения)

$$u(m_{э.г.}) = \frac{0,0025}{\sqrt{3}}, \text{ г}$$

2.2.3 Суммарная стандартная неопределённость по типу В

$$u_B = \sqrt{u^2(\Delta_d) + \sum u^2(m_{э.г.})} = \sqrt{0,00289^2 + 0,00144^2} = 0,00323 \text{ г}$$

Таблица 3 Бюджет неопределенности

Входная величина	Оценка входной величины, г	Стандартная неопределенность, г	Число степеней свободы	Распределение вероятностей входной величины	Коэффициент чувствительности	Вклад неопределенности
Масса гири	499,84667	0,00333	2	Нормальное	1	0,00333
Погрешность дискр. весов $\frac{1}{2}d$	-	0,00289	∞	Равномерное	1	0,00289
Неопределённость этал. гири	-	0,00144	∞	Равномерное	1	0,00144
Выходная величина	Оценка выходной величины, г	Стандартная суммарная неопределенность, г	Эффективное число степеней свободы	Уровень доверия	Коэффициент охвата	Расширенная неопределенность, г
Y	499,84667	0,00464	7	$p = 0,95$	2,37	0,011

2.2.4 Корреляция: ни одна из входных величин не рассматривается коррелированной с другими в какой-нибудь значительной степени.

2.3 Суммарная стандартная неопределённость:

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0,00333^2 + 0,00323^2} = 0,00464$$

2.4 Расширенная неопределённость:

2.4.1 Коэффициент охвата K по формуле формуле Велча-Саттерсвейта с эффективным числом степеней свободы ν_{eff}

$$\nu_{eff} = (n-1) \left(\frac{u_c}{u_A} \right)^4 = 2 \times \left(\frac{0,00464}{0,00333} \right)^4 = 7,508 \approx 7$$

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 2,37$$

2.4.2 Значение расширенной неопределённости:

$$U = k u_c$$

$$U = 2,37 \times 0,00464 = 0,01099 \approx 0,011 \text{ г}$$

3 Результат измерения:

$$m_X = (499,847 \pm 0,011) \text{ г}, p = 0,95$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г (справочное)

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO, Geneva, First Edition. – 1995 – 101 p. Пер. с англ. – С.-Петербург: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 1999 – 126 с.
2. Mutual recognition of national measurement standards and of calibration and measurement certificates issued by national metrology institutes, International Committee for Weights and Measures, 1999, available from <http://www.bipm.org>.
3. ISO/IEC 17025:1999 General requirement for the competence of testing and calibrating laboratories.
4. EA-4/02 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration: EA, 1999. – 79 p.
5. МИ 2552-99. Рекомендация. ГСИ. Применение “Руководства по выражению неопределённости измерений”. – ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, С.-Петербург, 1999 – 26 с.
6. РМГ 43-2001. ГСИ. Применение “Руководства по выражению неопределённости измерений”. – Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации. – Минск: ИПК Издательство стандартов. – 2003. – 19 с.
7. ДСТУ ISO/IEC 17025 – 2001. Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій. – Київ.: Держстандарт України, 18 с.
8. РМГ 29-99. Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Основные термины и определения.
9. ДСТУ 2681-94. Метрология. Термины и определения.
10. Захаров И.П. Неопределенность измерения: Общие подходы к составлению бюджета

неопределенности// УМЖ. – 2004. – №2. – С. 11-16.

11. МІ 13.002-2003. Методика обґрунтування рівнянь вимірювань та оцінки методичної складової похибки (невизначеності) результатів вимірювань. Харків: ХДНДІМ, 2003 –11 с.

12. Захаров И.П., Сергиенко М.П. Оценивание неопределенности метрологической идентификации динамических характеристик средств измерительной техники // Вестник НТУ “ХПИ” – 2005. – Вып. 38. – С. 40-49.

13. Захаров И.П. Составление бюджета неопределенности косвенных измерений с коррелированными входными величинами// УМЖ. – 2005. – №1. – С. 7-15.

14. Захаров И.П. Композиция законов распределения Стюдента // Системы обработки інформації, 2005, вып. 8, стр. 28-35.

15. Захаров И.П. Расчет коэффициента охвата для нормально и равномерно распределенных составляющих неопределенности // Системы обработки информации, 2005, вып. 6, стр. 52-57.

16. Захаров И.П. Составление бюджета неопределенности прямых измерений// УМЖ. – 2004. – №3. – С. 5-14.

17. Захаров И. П. Исследование и повышение достоверности интервальных оценок точности прямых многократных измерений // АСУ и приборы автоматики, 2005, вып. 132, с. 106-109.

18. Захаров И.П., Кукуш В.Д. Теория неопределенности в измерениях. Харьков: Консум, 2002 г.

19. Захаров И.П. Составление бюджета неопределенности косвенных измерений с некоррелированными входными величинами// УМЖ. – 2004. – №4. – С. 33-39.

20. Захаров І.П. Взаємне перерахування похибок та невизначеності вимірювань // Стандартизація, сертифікація, якість, 2005, №5, с. 49-56.

21. Захаров И.П. Вычисление коэффициента охвата композиции коррелированных и некоррелированных составляющих неопределенности измерения // Збірник наукових праць ХУПС. – 2005. – Вип. 6(6). – С. 61 – 63.

Код УКНД

Ключевые слова:
